



CHAPTER 8

MACROECONOMICS

N. GREGORY MANKIW

经济增长 I：资本积累与人口增长

IN THIS CHAPTER, YOU WILL LEARN:

- 学习经济增长的动机
- 封闭经济下的索罗增长模型
- 一国生活水平与储蓄，人口和技术的关系
- 根据“黄金律”找到最优储蓄率和资本存量

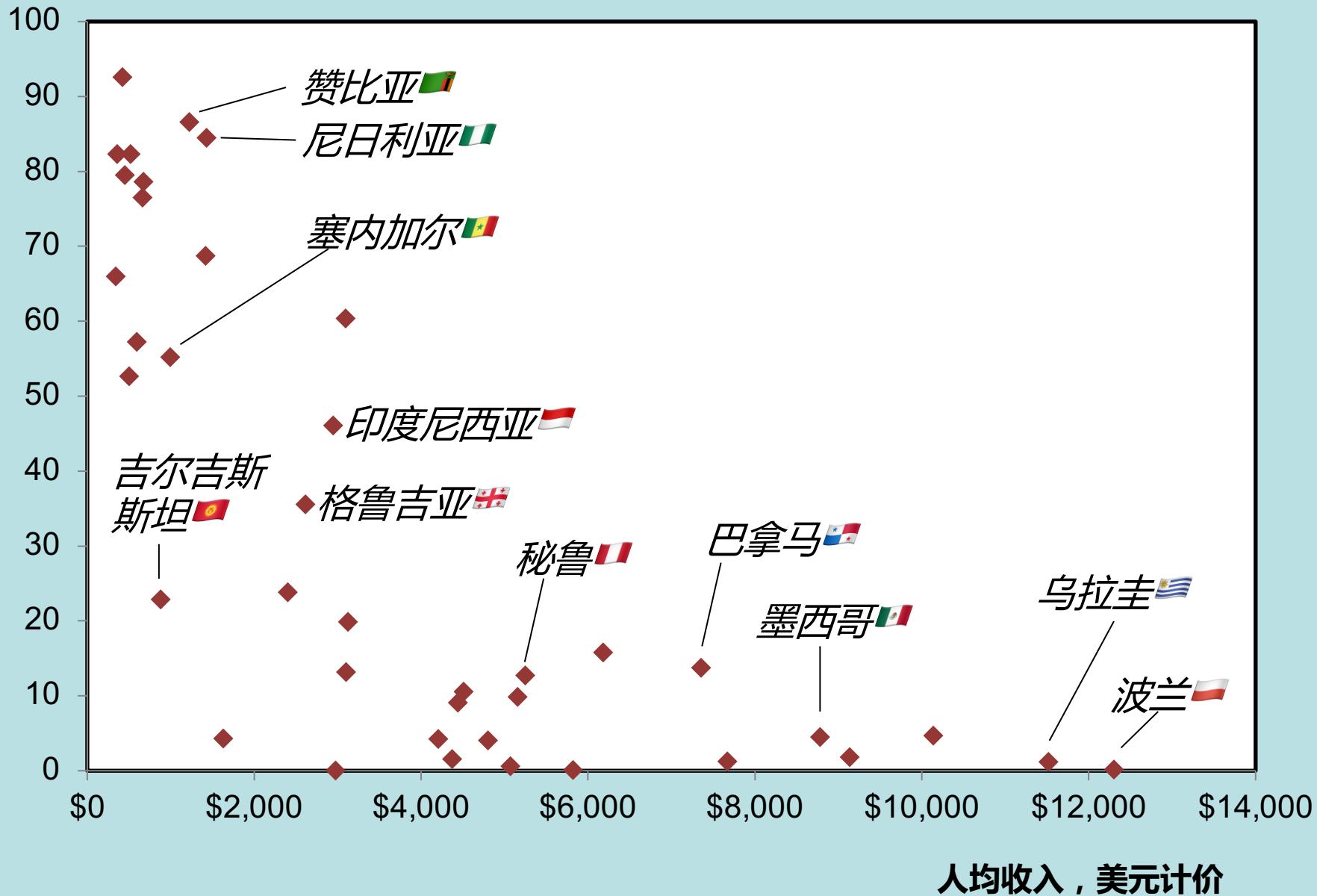
增长为什么重要

- 婴儿死亡率的数据：
 - 20%，占世界 1/5 的最贫穷国家。
 - 0.4%，占世界 1/5 的最富裕国家。
- 巴基斯坦，85% 的居民每天收入低于2美元。
- 过去30年，四分之一到贫穷国家出现过饥荒。
- 贫穷伴随着对妇女和少数民族的压榨。

经济增长提高生活水平，并减少贫困...

收入与贫困，2010

每天收入低于2美元的人口比例



关于增长的一些数据链接

人均收入与

- 预期寿命
- 婴儿死亡率
- 疟疾死亡率（每十万人中因为疟疾死亡的人数）
- 手机使用率（每百人中使用手机的人数）

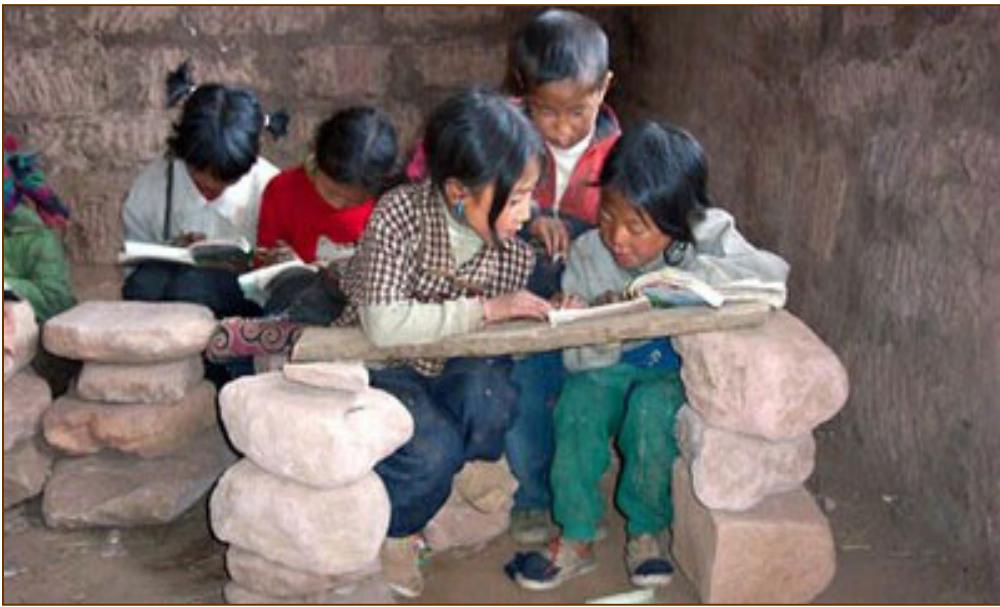
增长为什么重要

- 长期经济增长率的微小差异会带来巨大的影响。

人均收入 年增长率	生活水平增长的百分比		
	...25年	...50年	...100年
2.0%	64.0%	169.2%	624.5%
2.5%	85.4%	243.7%	1,081.4%

经济增长

...可以对成千上万的人的生活产生积极的影响



增长理论帮助我们

- 理解贫困的根源
- 理解外生冲击和经济政策
如何影响增长
- 设计促进增长的政策

索罗模型

- 罗伯特·索罗Solow

因对经济增长研究的贡献获得1987年诺贝尔经济学奖。

- 索罗模型是增长理论的一个主要模型：

- 广泛应用于政策的制定
- 与大多数新近的增长理论相比较的基准
- 研究了长期中生活水平和经济增长的决定因素

索罗模型与第3章生产模型的区别

1. K 不再固定：

投资引起资本增长，折旧引起资本减少。

2. L 和 A 不再固定：

L：劳动力，人口增长；A：技术。

3. 消费函数更简单。

4. 没有 G 或者 T

(只是为了简化；随后可以引入进行政策实验)

*使用小写符号表示人均变量。

生产函数

- 总量形式: $Y = F(K, L)$

- 令: $y = Y/L$ = 人均产出
 $k = K/L$ = 人均资本

- 假设规模报酬不变:

$$zY = F(zK, zL) \text{ , 任意 } z > 0$$

- 令 $z = 1/L$. 则

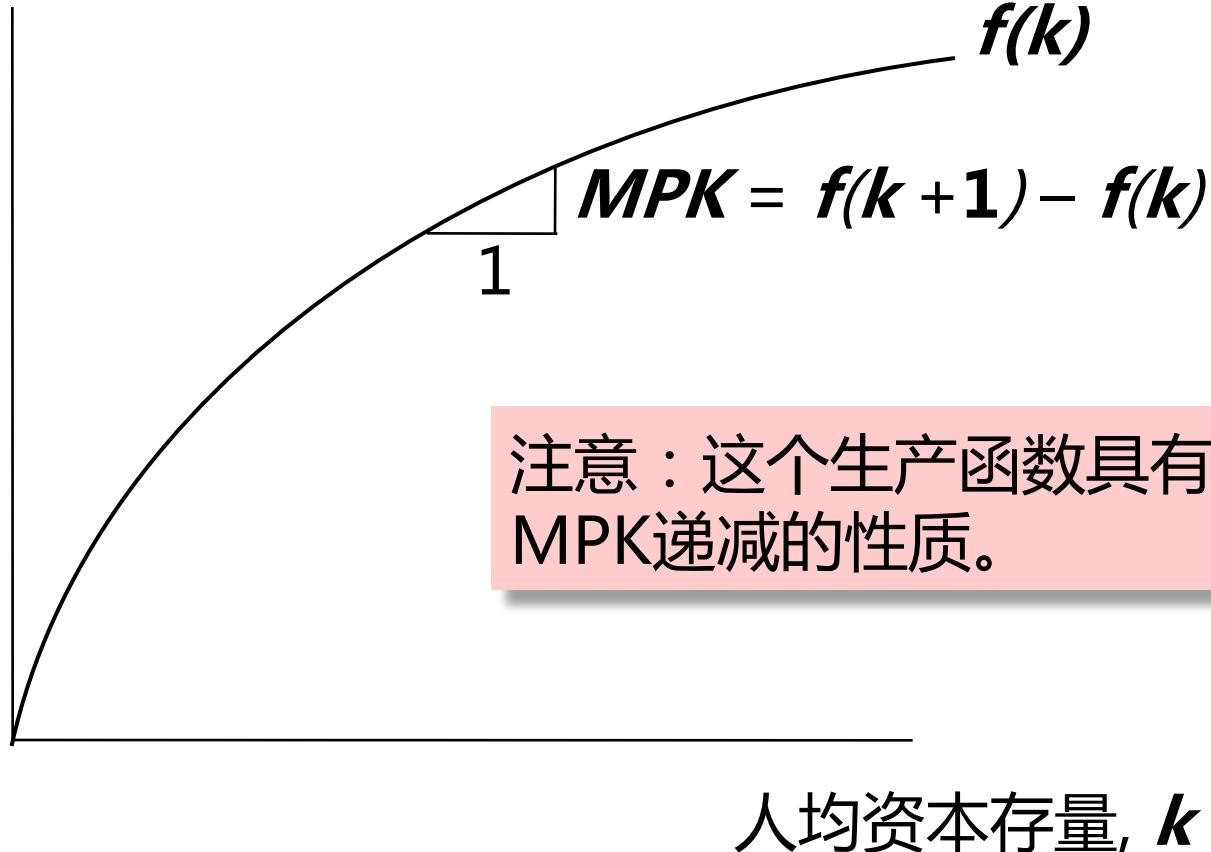
$$Y/L = F(K/L, 1)$$

$$y = F(k, 1)$$

$$y = f(k) \text{ 其中 } f(k) = F(k, 1)$$

生产函数

人均产出， y



国民收入恒等式

- $Y = C + I$ (假设没有 G)
- 按人均形式写为：

$$y = c + i$$

其中 $c = C/L$, $i = I/L$

消费函数

- s = 储蓄率, 收入中用于储蓄的比例
(s 假设为外生参数)

注意, s 是参数, 不等于 S/L 。

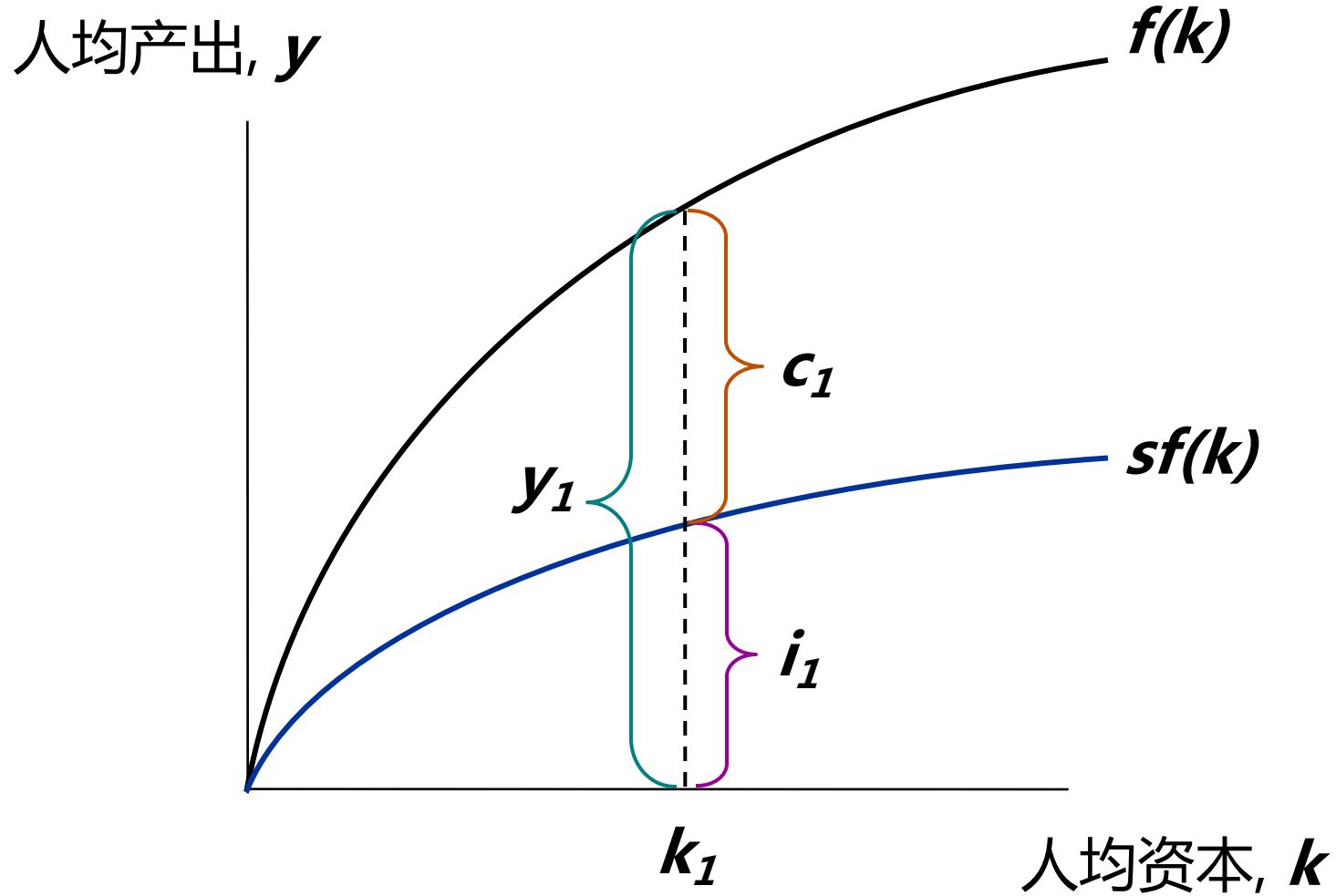
- 消费函数 :

$$c = (1-s)y \quad (\text{人均形式})$$

储蓄和投资

- 人均储蓄 = $y - c$
= $y - (1-s)y$
= sy
- 国民收入恒等式为： $y = c + i$
- 整理可得： $i = y - c = sy$
(投资= 储蓄, 与第 3 章相同!)
- 根据上述分析可知：
$$i = sy = sf(k)$$

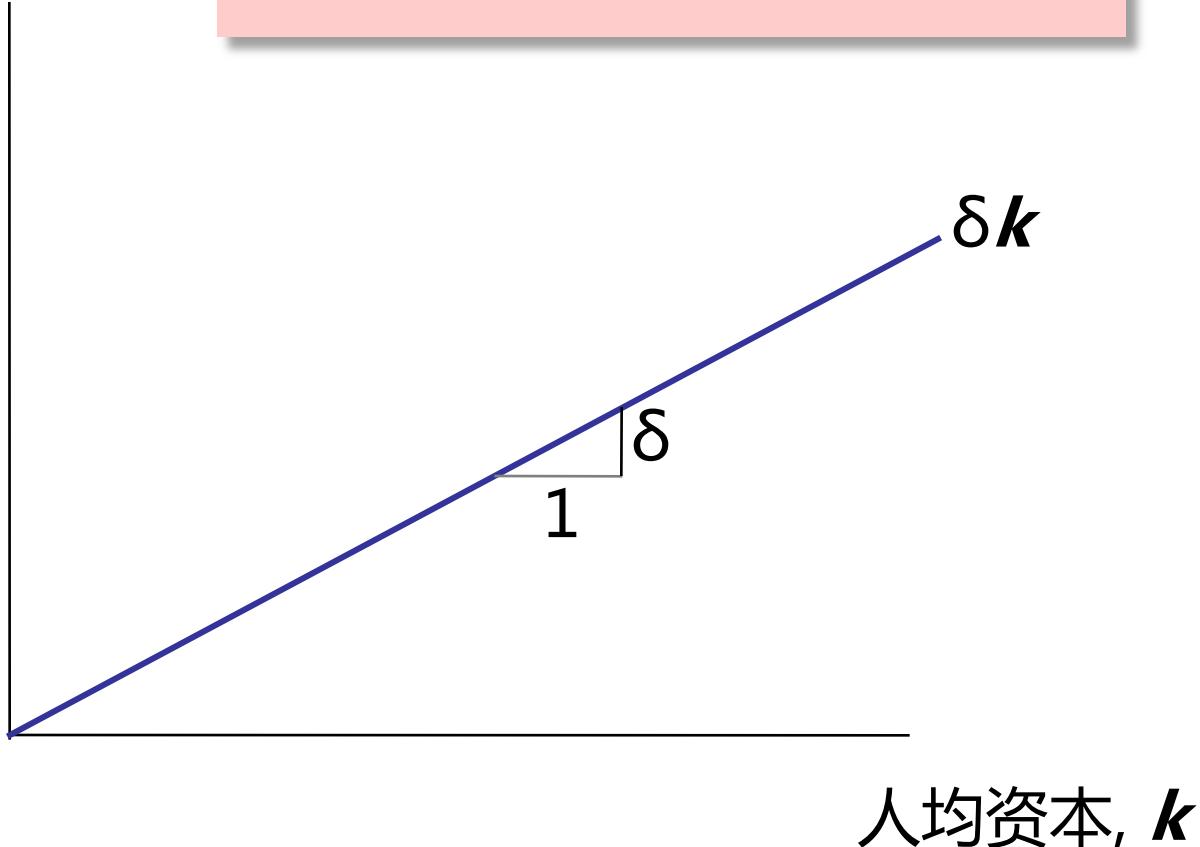
产出，投资与消费



折旧

人均折旧, δk

$\delta = \text{折旧率}$
= 每期资本损耗的比例



资本积累

投资增加资本存量，
折旧减少资本存量。

$$\begin{aligned}\text{资本存量的变动量} &= \text{投资} - \text{折旧} \\ \Delta k &= i - \delta k\end{aligned}$$

由于 $i = sf(k)$, 上式可写为：

$$\Delta k = sf(k) - \delta k$$

k 的运动方程

$$\Delta k = s f(k) - \delta k$$

- 索罗模型的核心方程。
- 决定了资本随时间变动的行为...
- ...反过来又决定了所有其他内生变量的行为。因为他们都取决于 k 。
- 例，
 - 人均收入 : $y = f(k)$
 - 人均消费 : $c = (1-s) f(k)$

稳态

$$\Delta k = sf(k) - \delta k$$

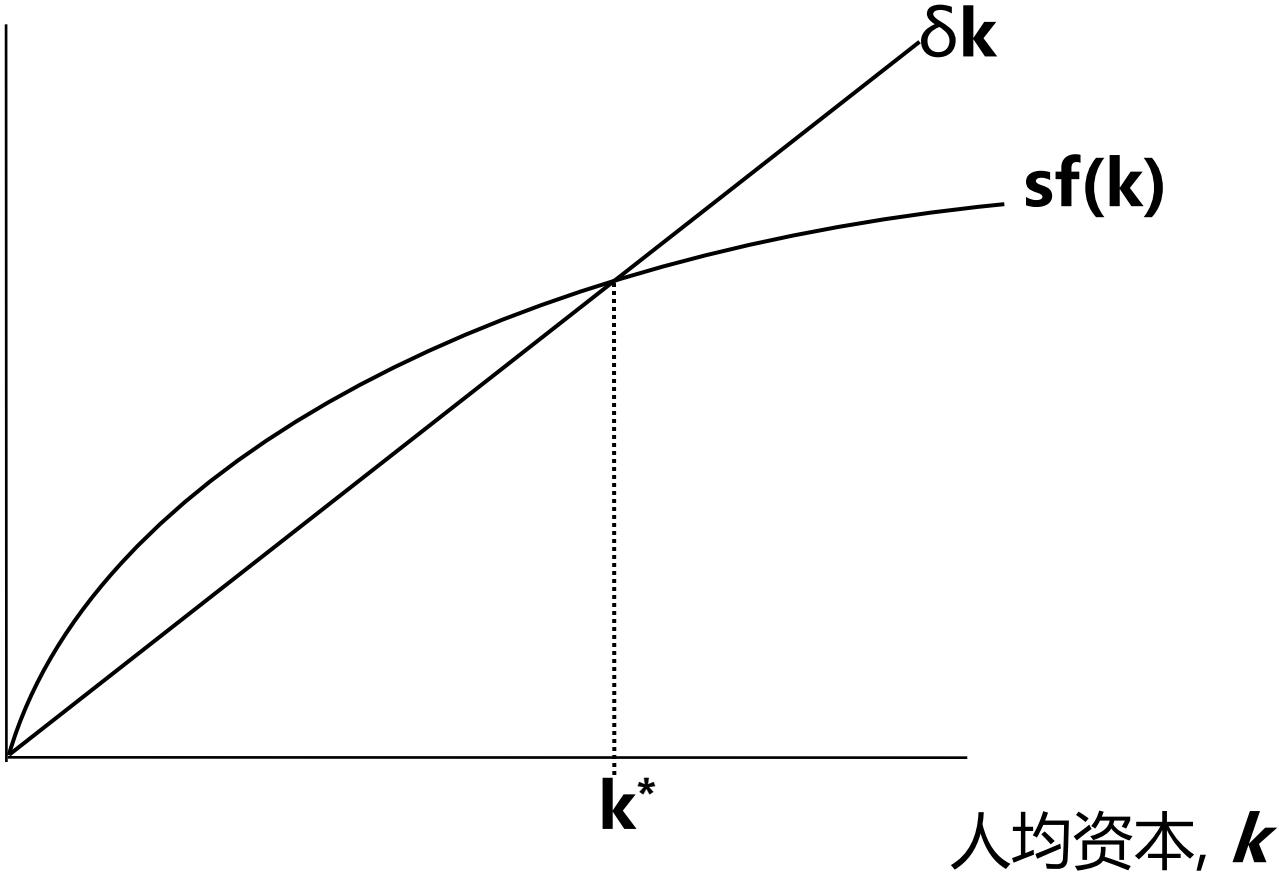
- 如果投资正好抵消折旧，即 $sf(k) = \delta k$ ，则人均资本将保持不变

$$\Delta k = 0.$$

- 这种情况发生在某一个 k 值，记为 k^* 。该资本存量水平叫做 **稳态资本存量**。

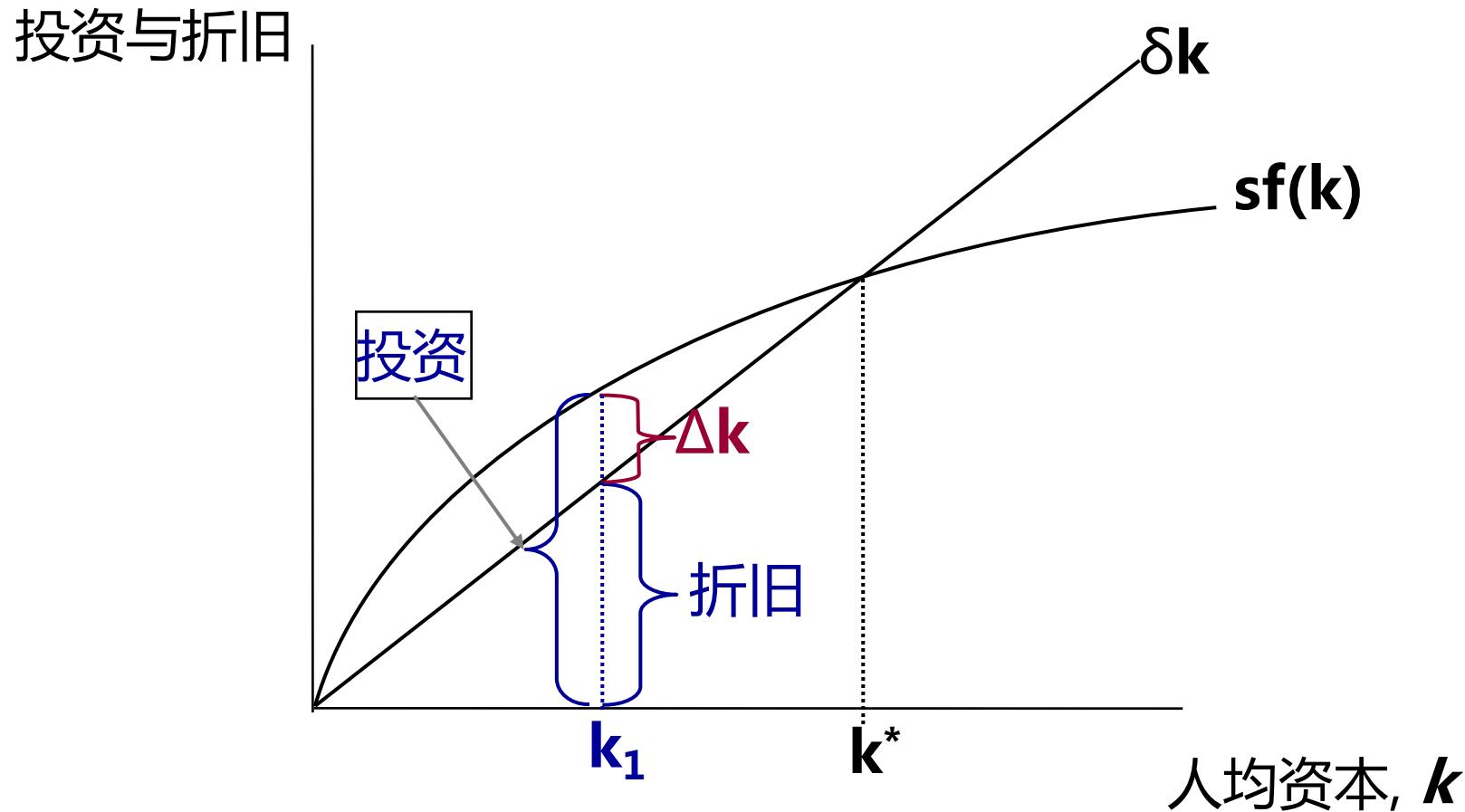
稳态

投资与折旧



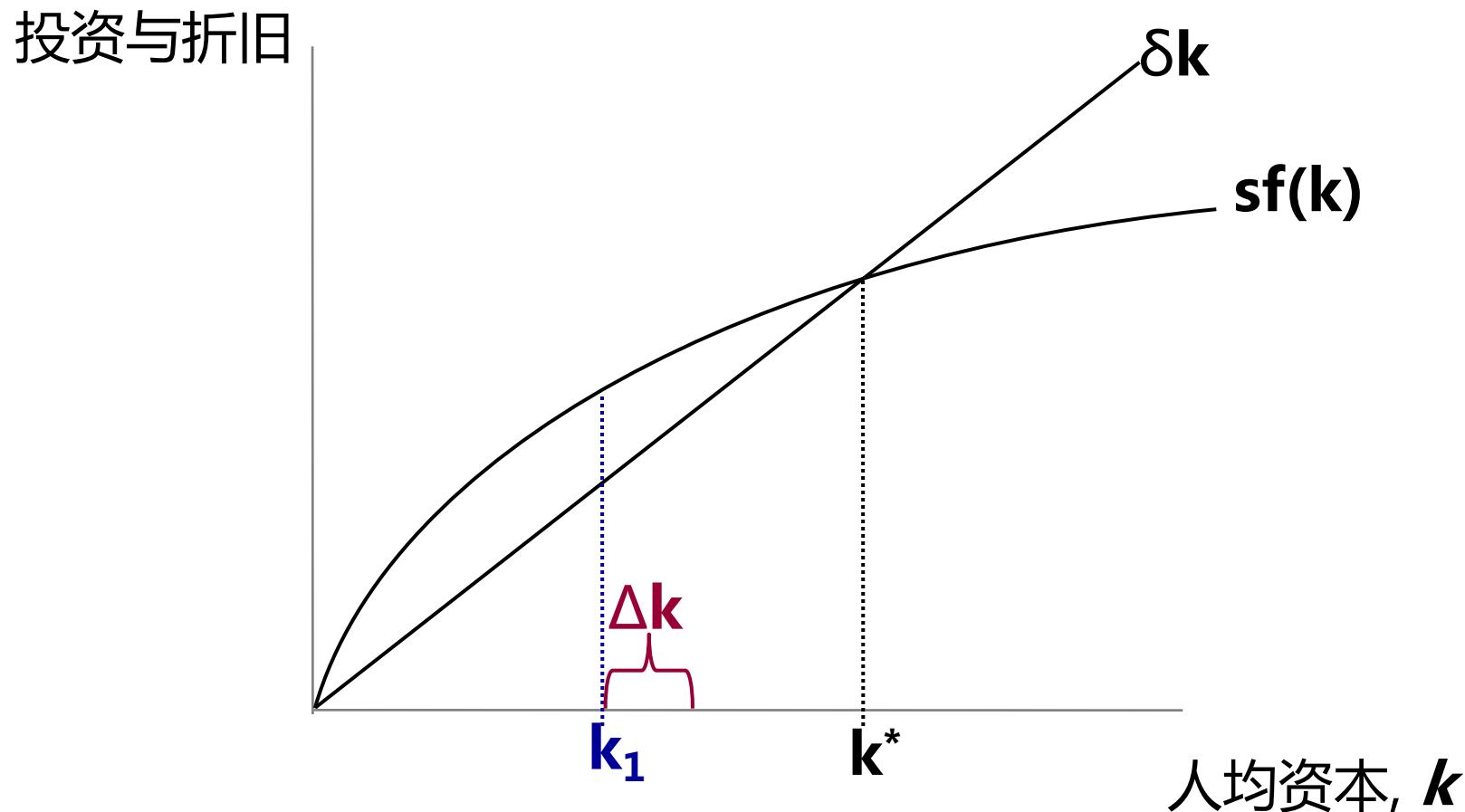
向稳态移动

$$\Delta k = sf(k) - \delta k$$



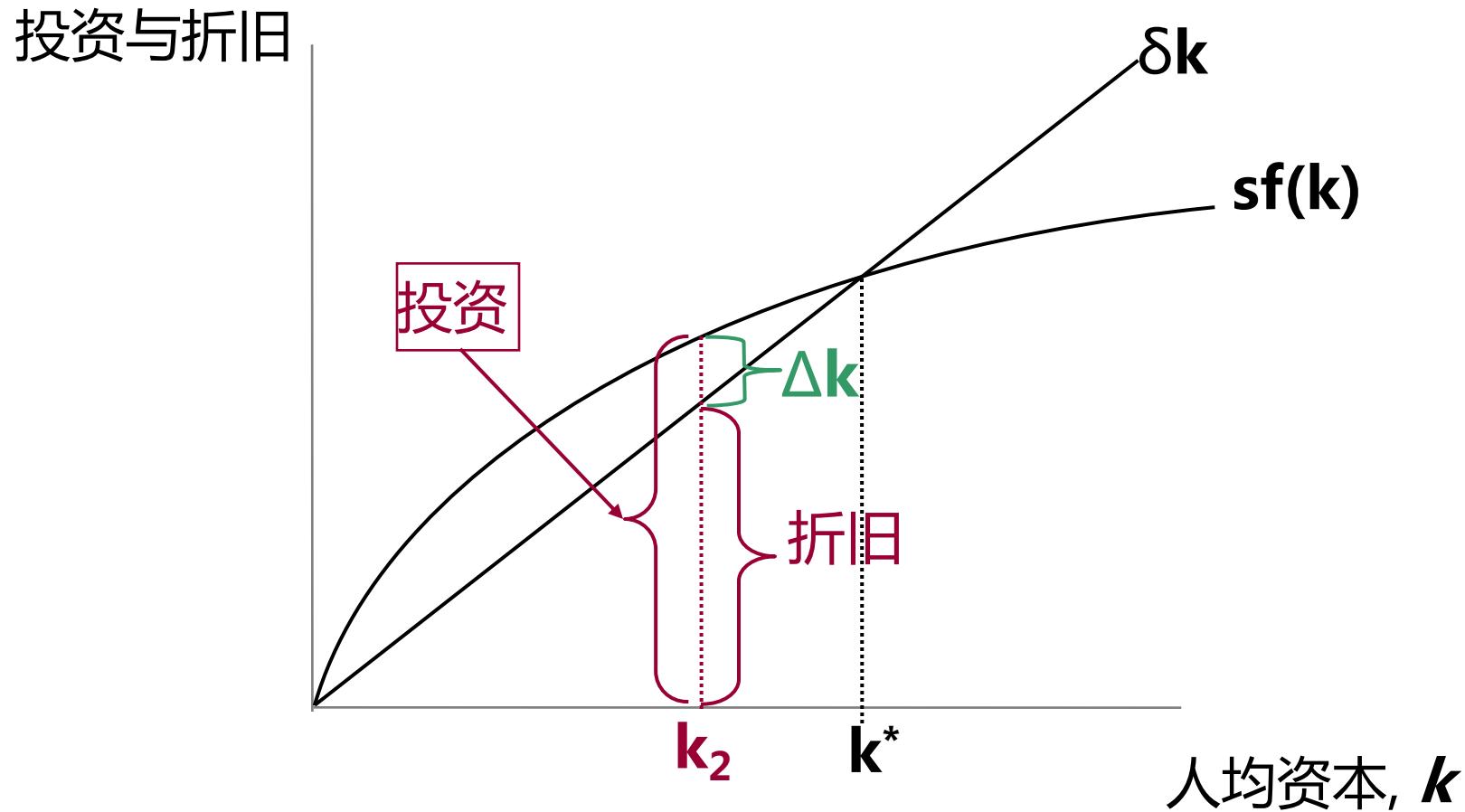
向稳态移动

$$\Delta k = sf(k) - \delta k$$



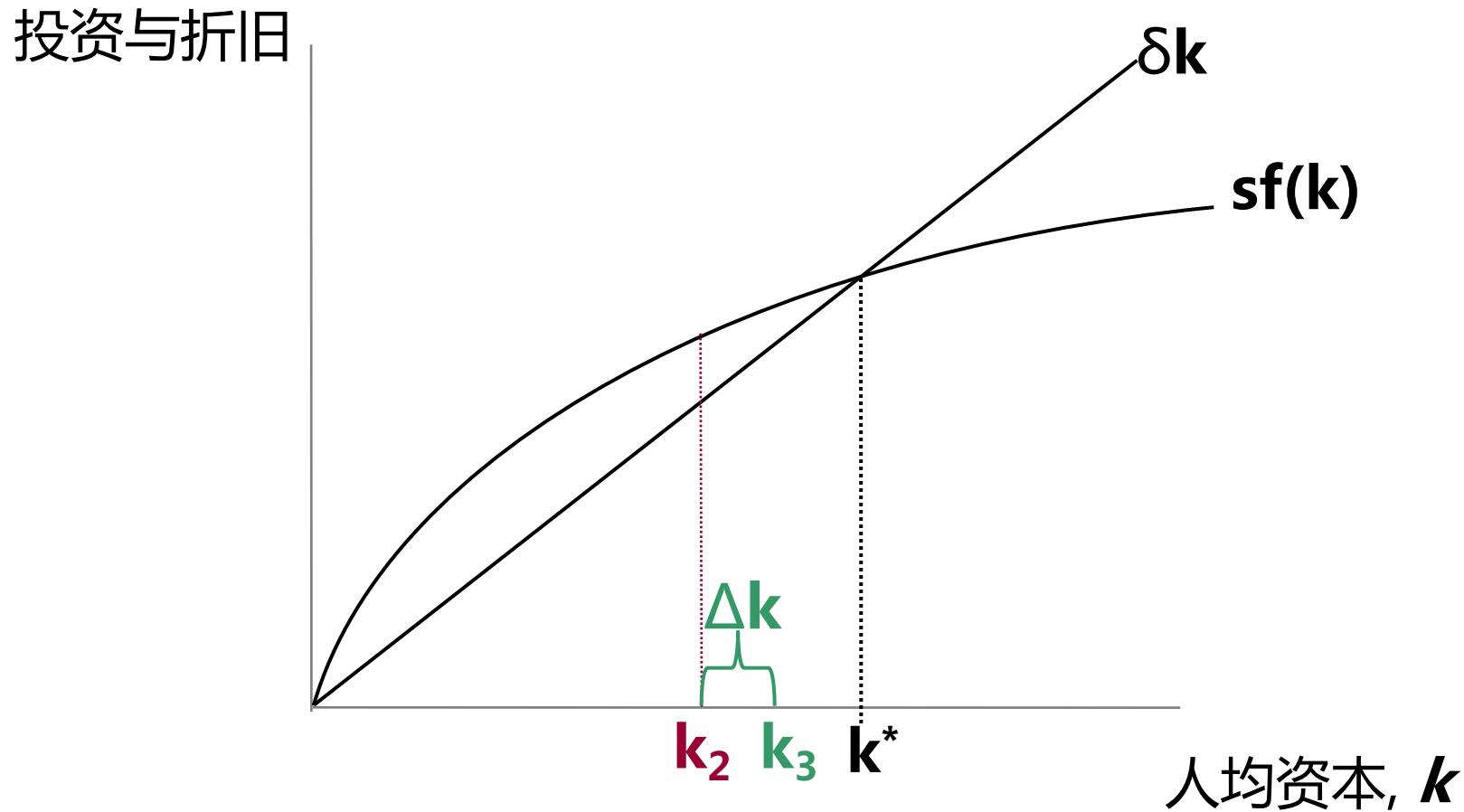
向稳态移动

$$\Delta k = sf(k) - \delta k$$



向稳态移动

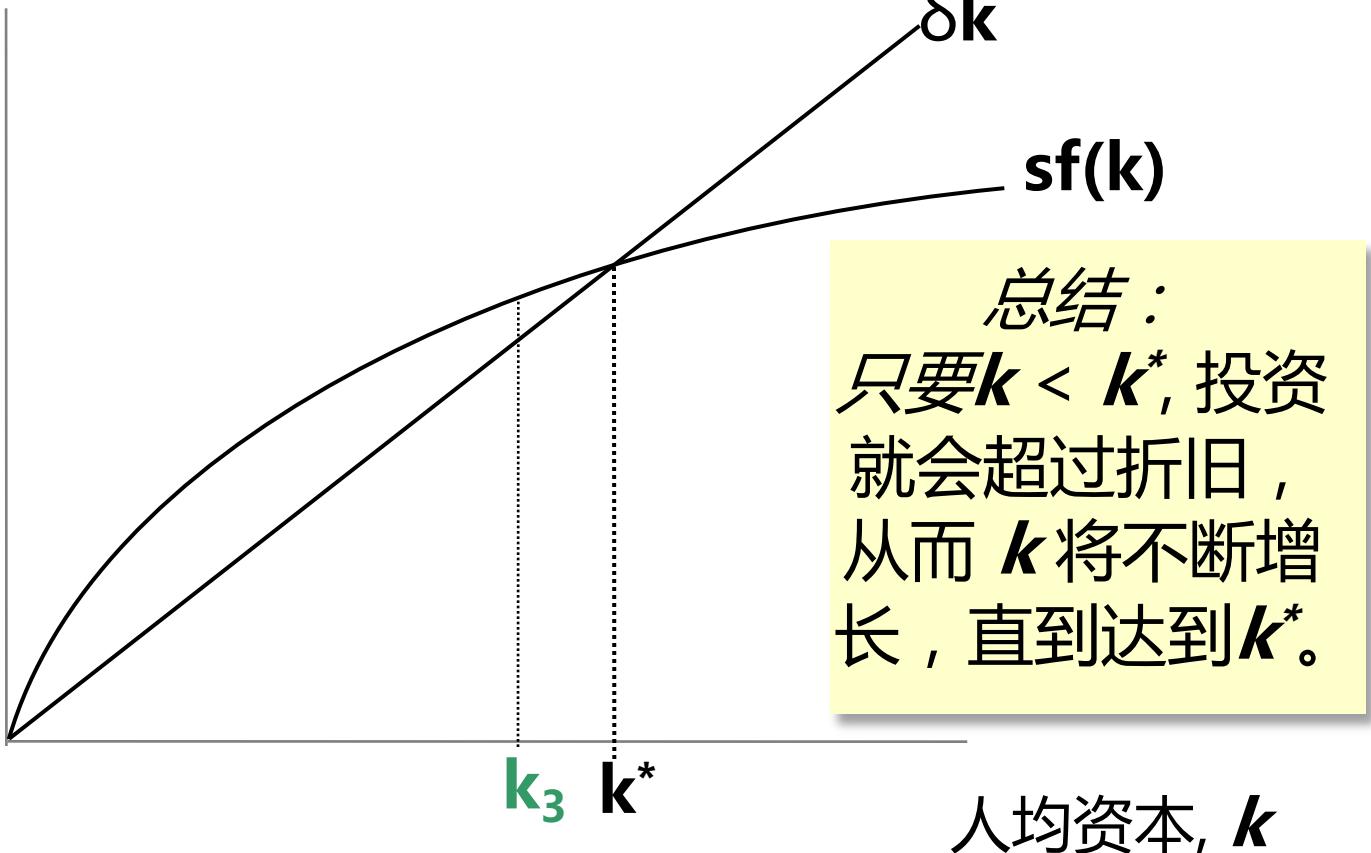
$$\Delta k = sf(k) - \delta k$$



向稳态移动

$$\Delta k = sf(k) - \delta k$$

投资与折旧



NOW YOU TRY

从右方向 k^* 移动

画出索罗模型的示意图，标出稳态资本存量 k^* 。

在横坐标上选取一个大于 k^* 的点作为初始资本存量。记为 k_1 。

说明 k 如何随着时间变化。

数值计算例子

- 总量生产函数

$$Y = F(K, L) = \sqrt{K \times L} = K^{1/2}L^{1/2}$$

$$y = f(k) = k^{1/2}$$

数值计算例子

假设：

- $s = 0.3$
- $\delta = 0.1$
- 初始资本存量为 $k = 4.0$

$$y = f(k) = k^{1/2}$$

向稳态移动：数值计算例子

Year	k	y	c	i	δk	Δk
1	4.000	2.000	1.400	0.600	0.400	0.200
2	4.200	2.049	1.435	0.615	0.420	0.195
3	4.395	2.096	1.467	0.629	0.440	0.189
4	4.584	2.141	1.499	0.642	0.458	0.184
...						
10	5.602	2.367	1.657	0.710	0.560	0.150
...						
25	7.351	2.706	1.894	0.812	0.732	0.080
...						
100	8.962	2.994	2.096	0.898	0.896	
	0.002					
...						
∞	9.000	3.000	2.100	0.900	0.900	0.000

NOW YOU TRY

求解稳态

仍然假设

$$s = 0.3, \quad \delta = 0.1, \quad \text{and} \quad y = k^{1/2}$$

根据运动方程

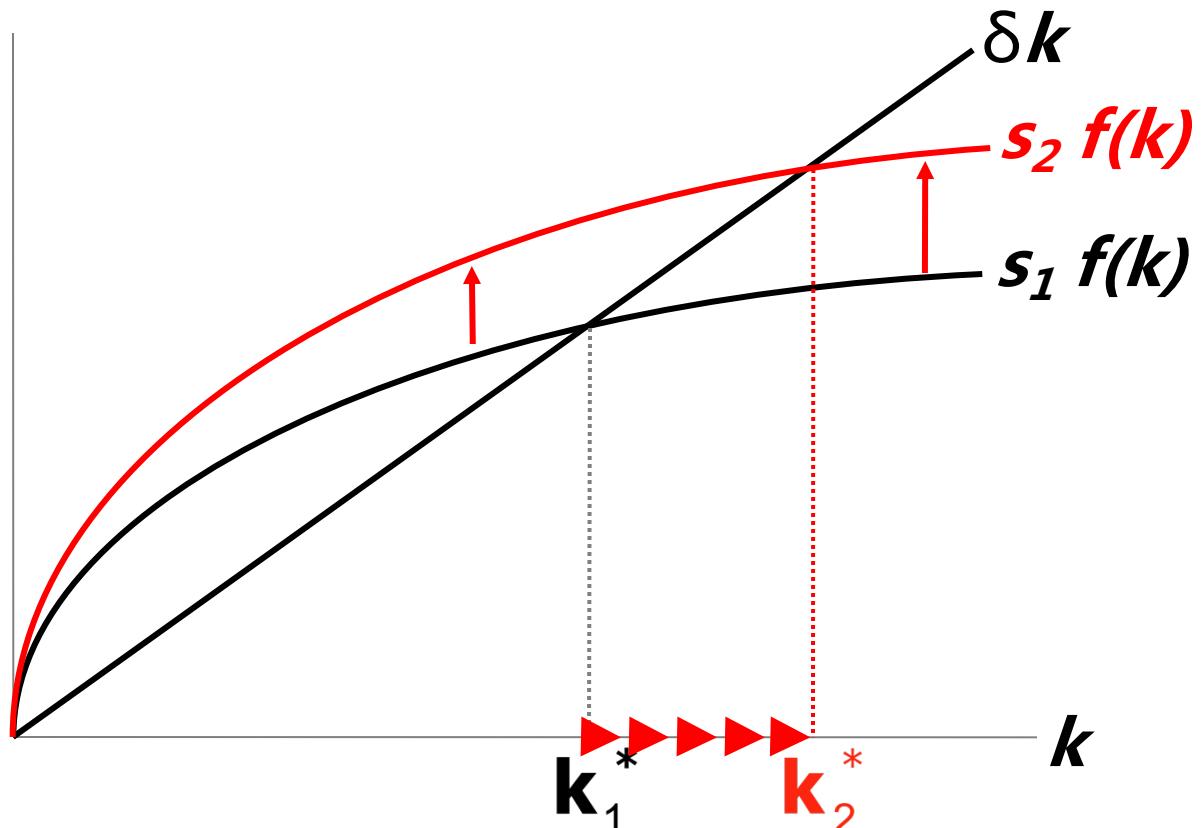
$$\Delta k = s f(k) - \delta k$$

求解稳态下 k , y , 和 c 的值。

储蓄率上升的影响

储蓄率上升会增加投资，导致 k 向新的稳态移动。

投资与折旧



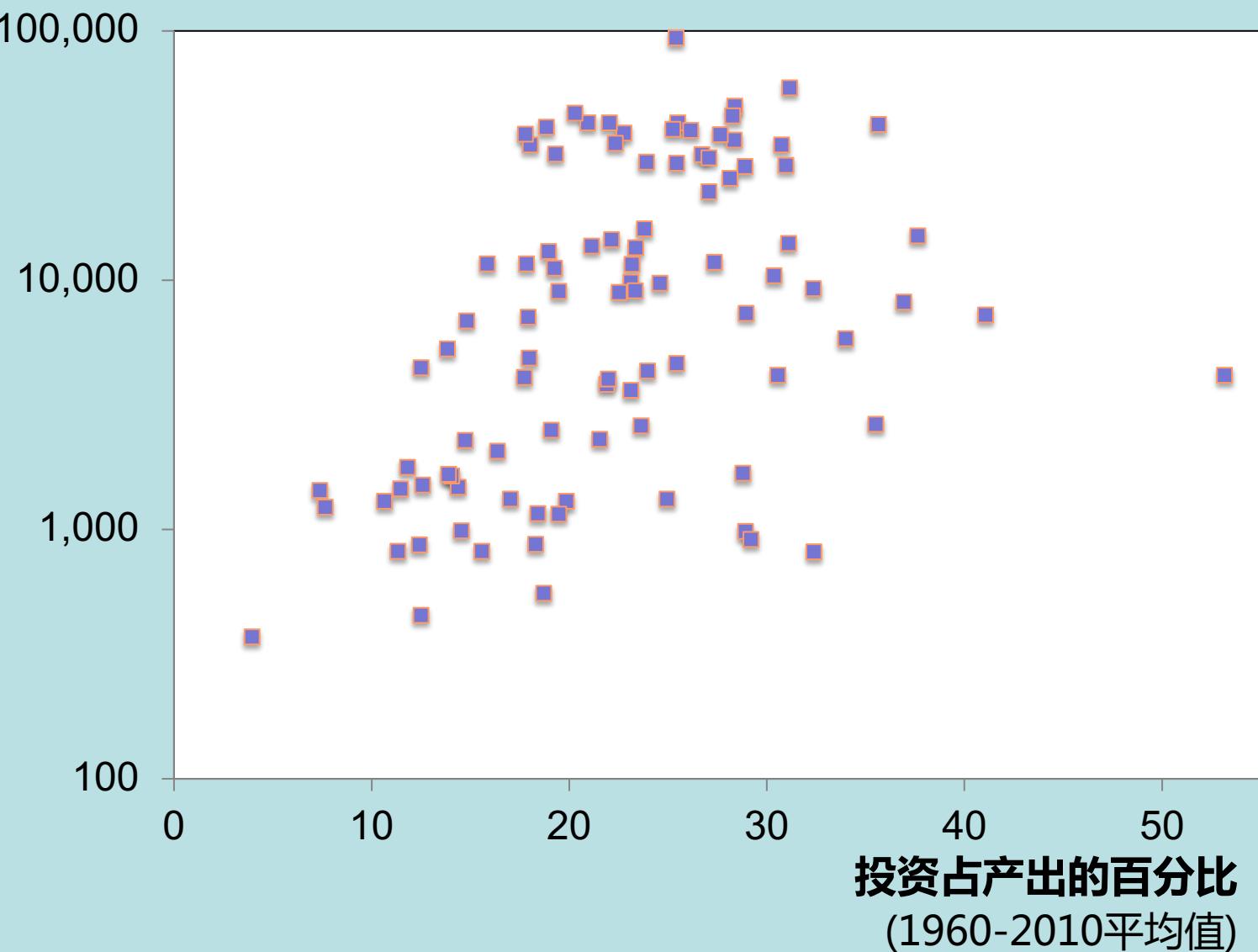
预测

- s 越高 $\Rightarrow k^*$ 越高
- 由于 $y = f(k)$ ，
 k^* 越高 $\Rightarrow y^*$ 越高
- 因此，索罗模型表明储蓄率较高的国家具有较高的人均资本存量和人均收入水平。

投资率与人均收入的国际证据

2010年的
人均收入

(对数坐标)



黄金律介绍

- 不同 s 值会得到不同的稳态。
那么，那一种稳态才是最好的呢？
- 最好的稳态应该使人均消费最大化：

$$c^* = (1-s) f(k^*).$$

- s 上升
 - 使得 k^* 和 y^* 提高，从而增加 c^*
 - 减小消费占收入的比例 $(1-s)$ ，从而减小 c^*
- 如何求出最大化 c^* 的 s 和 k^* 值？

资本存量的黄金律水平

k_{gold}^* = 资本存量的黄金律水平

最大化消费的稳态资本存量水平

求解方法：把消费 c^* 表示为资本存量 k^* 的函数。

$$c^* = y^* - i^*$$

$$= f(k^*) - i^*$$

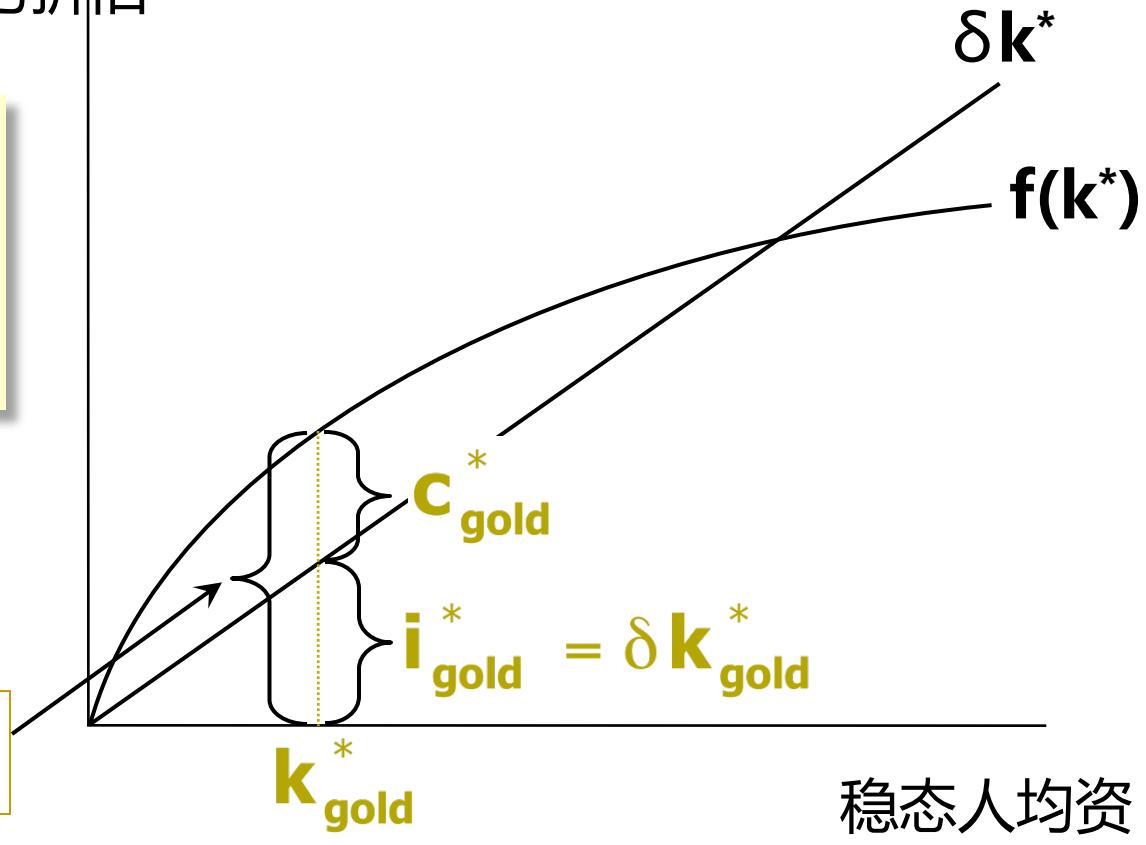
$$= f(k^*) - \delta k^* \left\{ \begin{array}{l} \text{稳态时: } \Delta k = 0, \\ \text{因此 } i^* = \delta k^* \end{array} \right.$$

资本存量的黄金律水平

稳态产出
与折旧

在示意图中，资本的黄金律水平即 $f(k^*)$ 和 δk^* 之间的距离最大的资本存量水平。

$$Y_{gold}^* = f(k_{gold}^*)$$

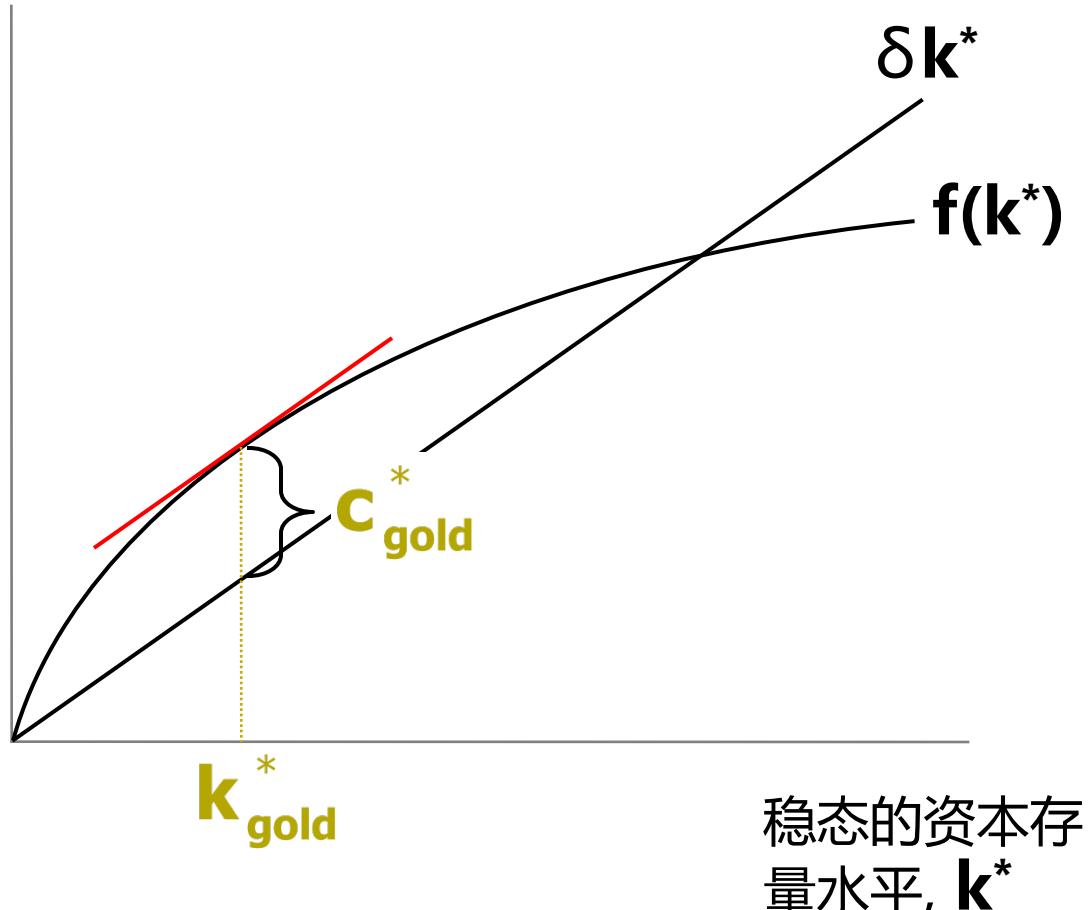


资本存量的黄金律水平

$$c^* = f(k^*) - \delta k^*$$

在生产函数与折旧线的斜率相等时达到最大：

$$MPK = \delta$$



向黄金律稳态转移

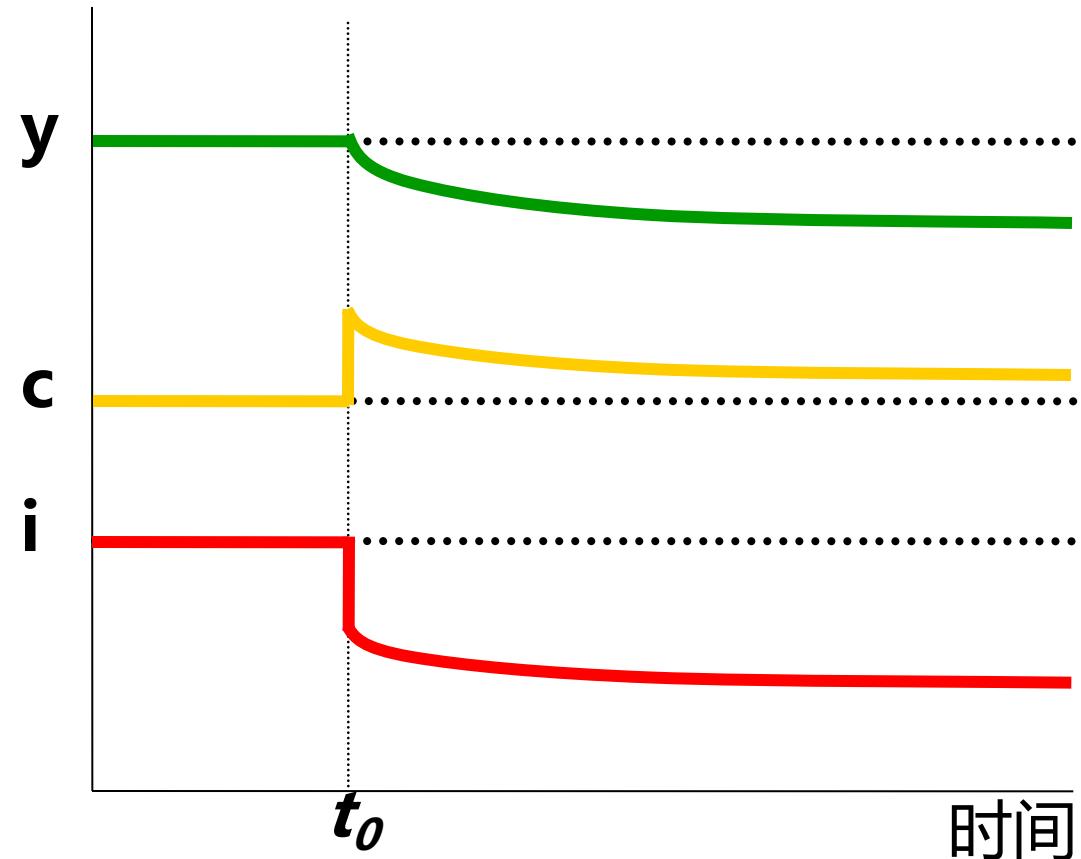
- 经济并不会自动地移向黄金律稳态
- 要达到黄金律水平需要政策制定者调整储蓄率 s
- 这种调整将使经济趋于具有较高消费水平的新稳态
- 但是，消费是如何向黄金律水平变动的呢？

当初始资本存量较高时

If $k^* > k_{gold}^*$

则提高 c^* 需要降低储蓄率 s .

在向黄金律水平转变的过程中，消费一直高于初始水平。

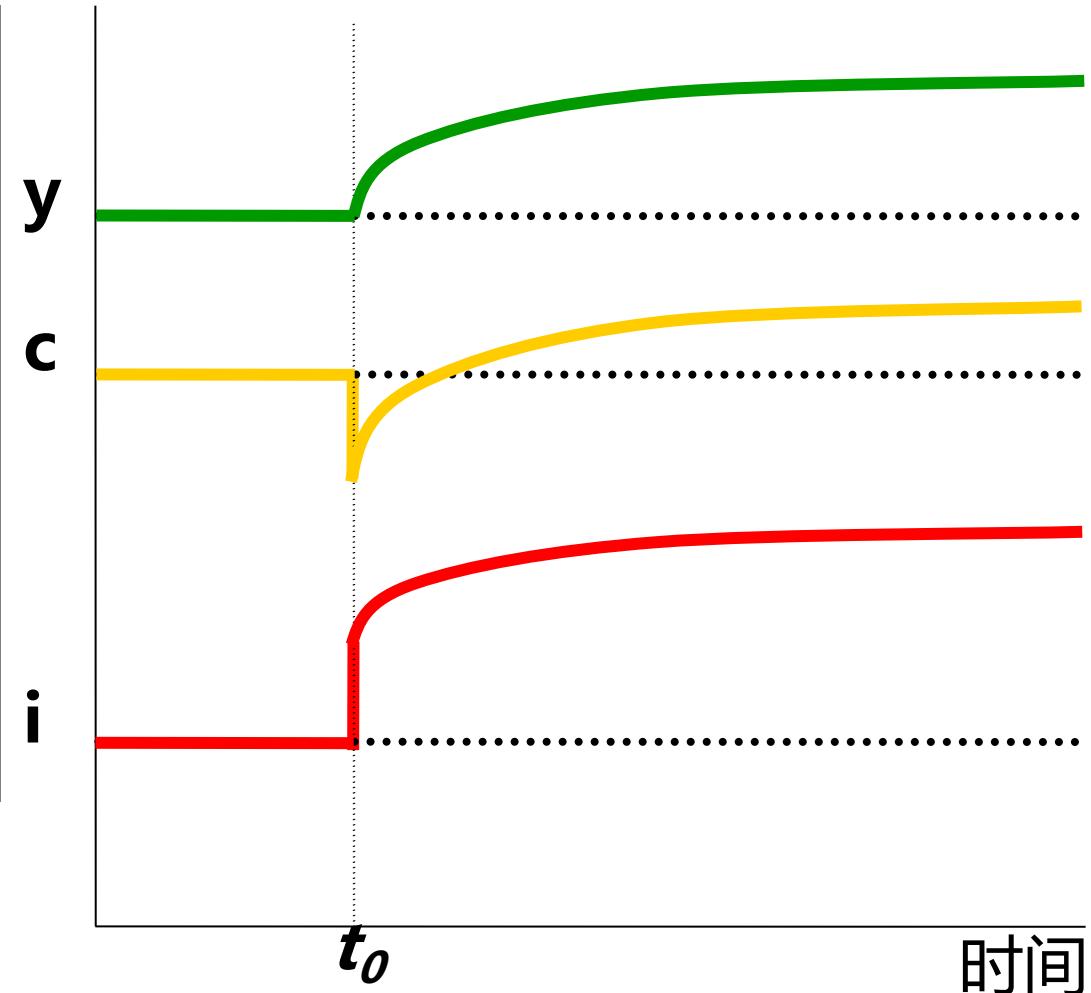


当初始资本存量较小时

If $k^* < k_{gold}^*$

则提高 c^* 需要提高储蓄率 s .

在向黄金律水平转变的过程中，消费一开始低于初始水平，然后逐渐达到较高水平。



人口增长

- 假设人口与劳动力按照某一外生速率 n 增长：

$$\frac{\Delta L}{L} = n$$

- 例：假定 $L = 1,000$ ，人口增长率为每年 2% ($n = 0.02$).
- 则 $\Delta L = nL = 0.02 \times 1,000 = 20$, 即第二年 $L = 1,020$.

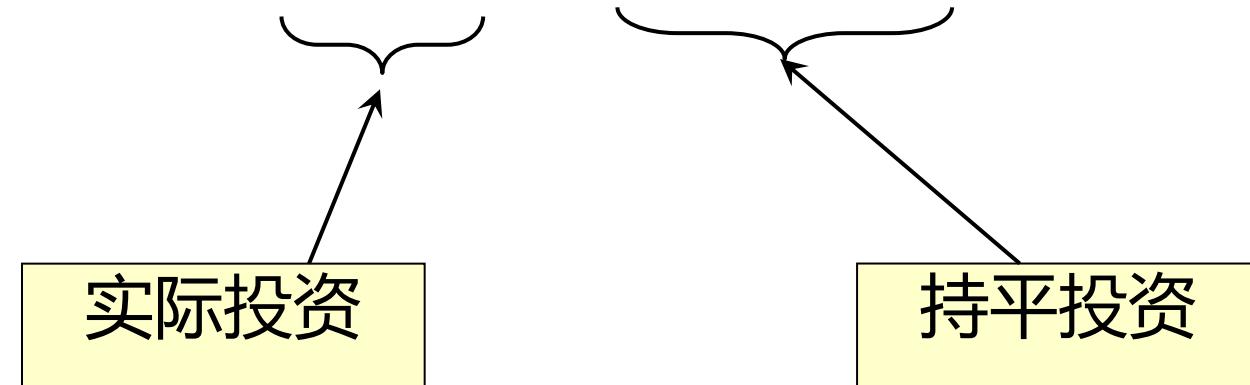
持平投资

- $(\delta + n)k = \text{持平投资}$, 使得 k 保持不变所需的投资量。
- 持平投资包括:
 - δk 替换资本损耗的重置投资。
 - nk 为新增人口配置资本
(否则, 原来人口的资本必须分出一部分给新增人口, 使得人均资本减少。)

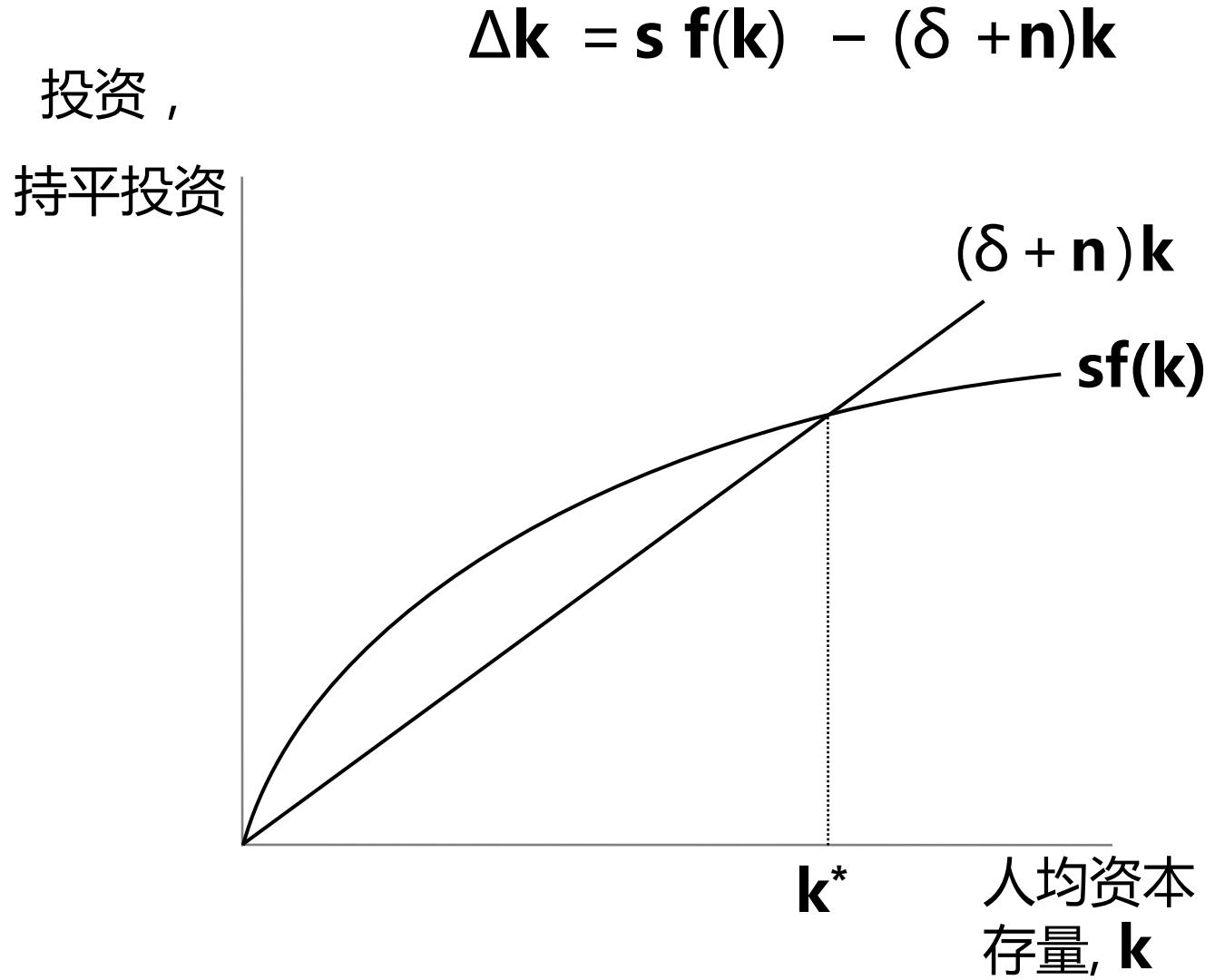
k 的运动方程

- 存在人口增长时， k 的运动方程为：

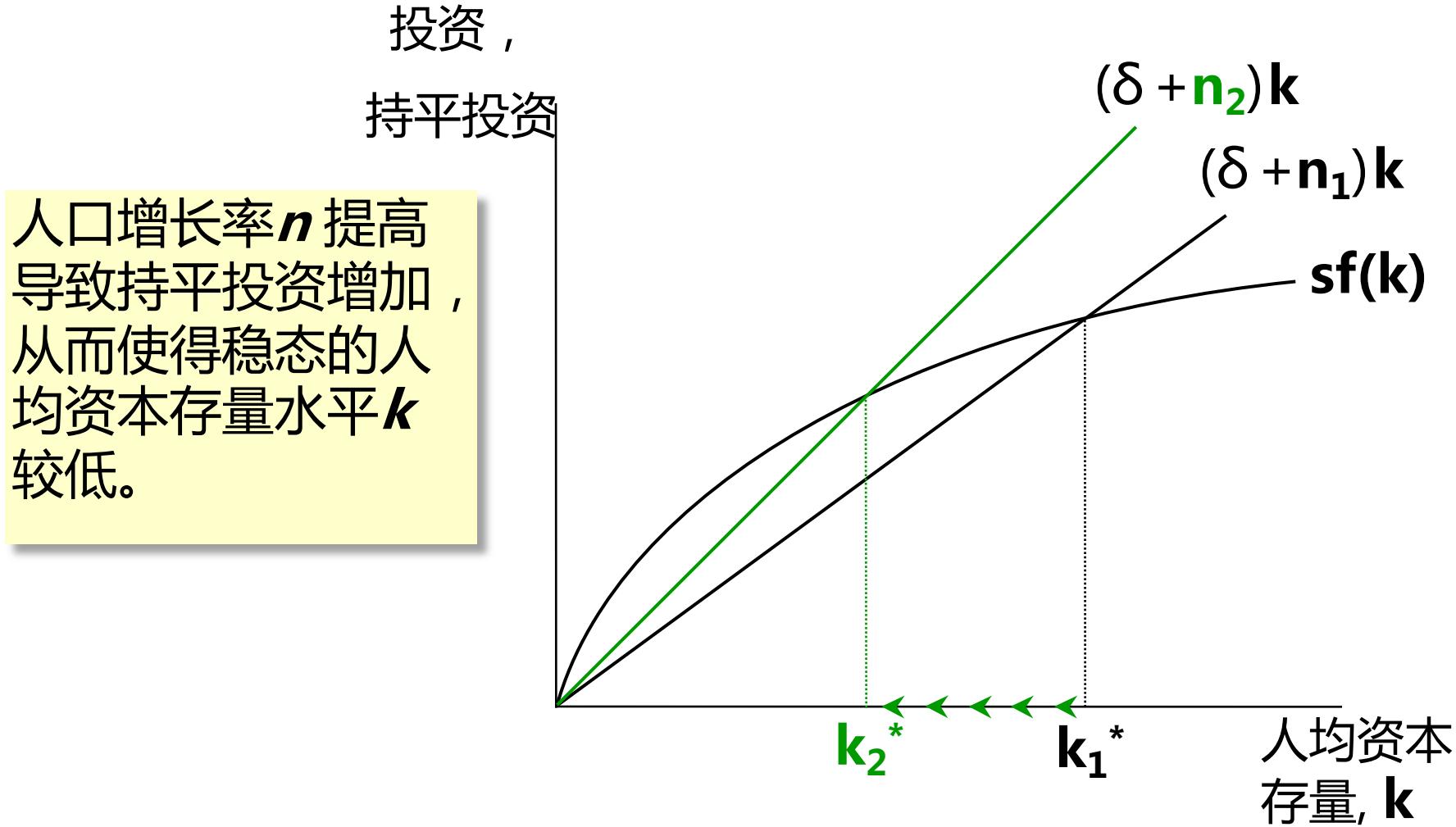
$$\Delta k = s f(k) - (\delta + n) k$$



索罗模型



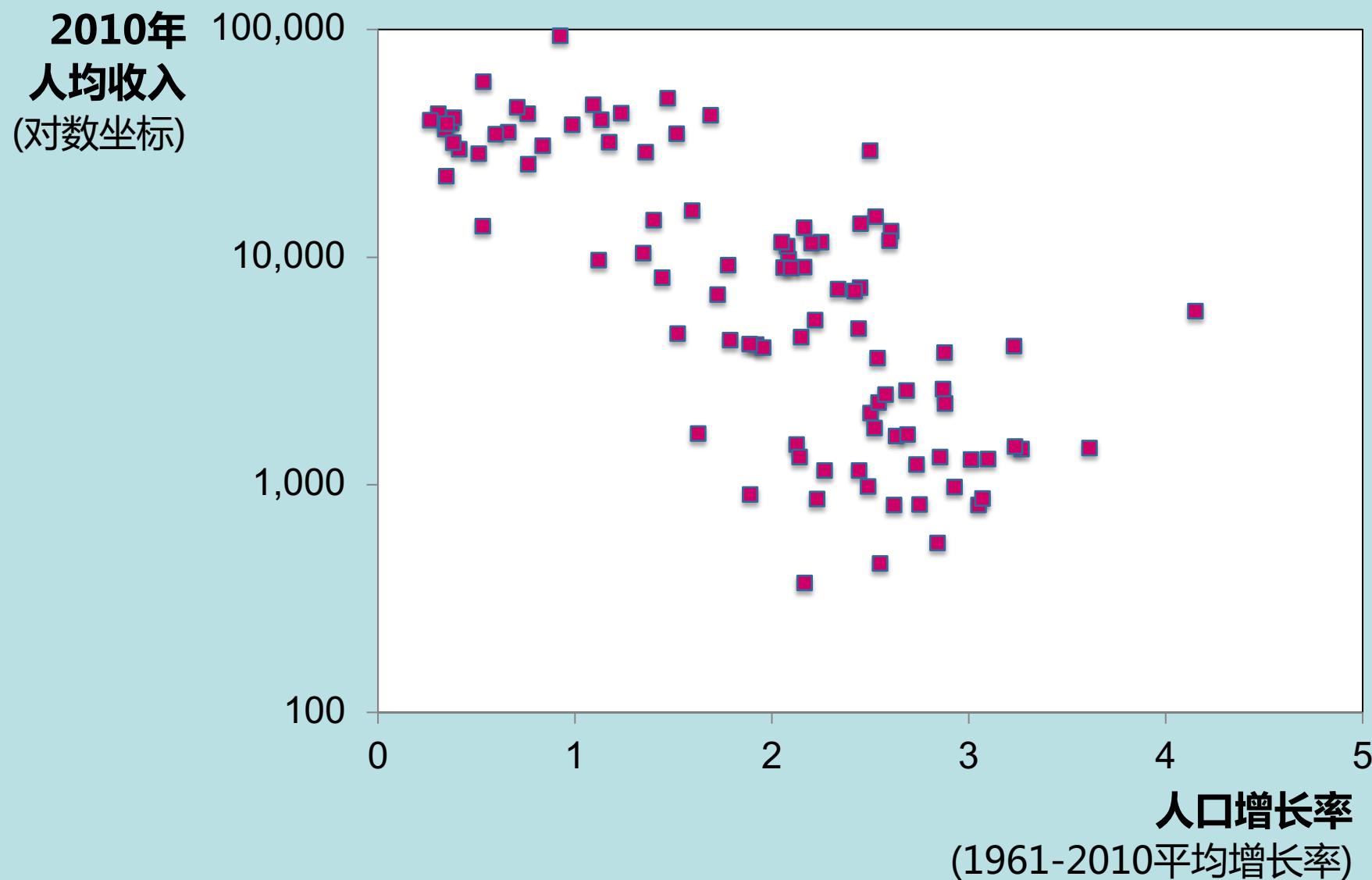
人口增长的影响



预测:

- n 越高 $\Rightarrow k^*$ 越低
- 由于 $y = f(k)$, k^* 越低 $\Rightarrow y^*$ 越低
- 因此，索罗模型表明，人口增长率较高的国家长期而言具有较低的人际资本和人均收入。

人口增长率与人均收入的国际证据



存在人口增长时的黄金律

为了求出资本存量的黄金律水平，把 c^* 写为 k^* 的函数形式：

$$\begin{aligned} c^* &= y^* - i^* \\ &= f(k^*) - (\delta + n) k^* \end{aligned}$$

求解一阶条件即得最大化的 c^*

$$MPK = \delta + n$$

即，

$$MPK - \delta = n$$

在黄金律稳态，资本的边际产出减去折旧率等于人口增长率。

人口增长的其他观点

马尔萨斯模型 (1798) : 人口与自然资源的相互作用

- 预测人口增长速度将超过地球供应食物的能力，导致人类社会的普遍贫困。
- 马尔萨斯的理论提出之后，世界人口已经增加了7倍，但平均生活水平要高的多了。
- 马尔萨斯忽略了技术进步的作用。
- *An Essay on the Principle of Population as It Affects the Future Improvement of Society*, Thomas Robert Malthus (1766–1834)

人口增长的其他观点

克莱默模型(1993)：人口与技术的相互作用

- 认为人口增长有利于经济繁荣
 - 更多的人口意味着更多的天才、科学家和工程师，因此技术进步更快
 - 证据：从长期历史数据看
 - 随着世界人口增长率不断增加，世界经济增长率也在不断增加。
 - 世界上不同地区之间的增长率与人口数量正相关。
- Michael Kremer, "Population Growth and Technological Change: One Million B.S. to 1990," *Quarterly Journal of Economics* 108 (August 1993): 681-716.

CHAPTER SUMMARY

1. 索罗模型表明，在长期中，一国生活水平：

- 与储蓄率正相关。
- 与人口增长率负相关。

2. 储蓄率提高导致：

- 长期中产出提高
- 增长率暂时提高
- 但稳态增长率不会提高。

3. 如果经济的资本存量高于黄金律水平，则降低储蓄会使得每个时期的消费都提高，从而每一代居民的福利都得到改善。

如果经济的资本存量低于黄金律水平，则提高储蓄率会增加未来各代居民的消费，减少当前这代居民的消费。

附录：索罗模型核心方程的推导

■ 连续时间情形。定义： $\dot{x}(t) = \frac{dx(t)}{dt}$ ，因此： $\frac{\dot{x}(t)}{x(t)} = \frac{d\ln x(t)}{dt}$

■ 总资本存量的变动方程：

$$\dot{K}(t) = sY(t) - \delta K(t)$$

■ 人均资本存量的变动：

$$\begin{aligned}\dot{k}(t) &= \left(\frac{\dot{K}(t)}{L(t)} \right) = \frac{\dot{K}(t)}{L(t)} - \dot{L}(t) \frac{K(t)}{L(t)^2} \\ &= \frac{sY(t) - \delta K(t)}{L(t)} - \frac{\dot{L}(t)}{L(t)} \frac{K(t)}{L(t)} \\ &= sy(t) - (\delta + n)k(t)\end{aligned}$$

附录：索罗模型核心方程的推导

- 离散时间情形。定义: $\Delta x = x_{t+1} - x_t$

- 总资本存量 :

$$K_{t+1} = sY_t + (1 - \delta)K_t$$

- 人均资本存量 :

$$k_{t+1} = \frac{K_{t+1}}{L_{t+1}} = \frac{sY_t + (1 - \delta)K_t}{L_{t+1}} = \frac{sy_t + (1 - \delta)k_t}{1 + n}$$

$$(1 + n)k_{t+1} - k_t - nk_t = sy_t - \delta k_t - nk_t$$
$$(1 + n)\Delta k = sy_t - (\delta + n)k_t$$

- 可见，课本上的核心方程是忽略了高阶项的一种近似。