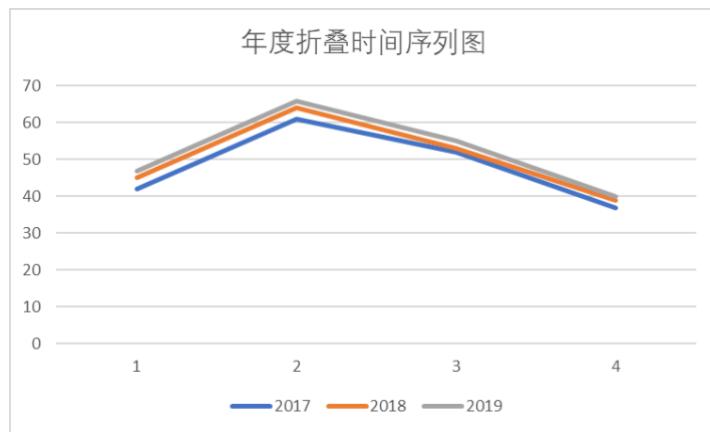


## 《统计学》作业五答案

1. 下表是一家汽水生产公司 2017-2019 年各季度汽水的销售量 (单位: 千吨), 试绘制年度折叠时间序列图, 并判断汽水销售量是否具有趋势性和季节性。

年份	季度			
	1	2	3	4
2017	42	61	52	37
2018	45	64	53	39
2019	47	66	55	40

解:



后面年份的折线高于前面年份的折线, 无交叉, 且同一年份不同季节的数据变化明显, 说明数据中既含有季节成分, 又含有上升趋势。

2. 下列数据为 2012-2020 年我国劳动力数量 (单位: 万人), 根据该数据, 分别取平滑指数 0.2 和 0.5, 用指数平滑预测历史各年份和 2021 年的劳动力数量, 并计算预测误差。

年份	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
劳动力	78894	79300	79690	80091	79282	79042	78653	78985	78392

解:

年份	劳动力	指数平滑预测 $\alpha=0.2$	预测误差	预测误差的平方	指数平滑预测 $\alpha=0.5$	预测误差	预测误差的平方
2012	78894						
2013	79300	78894	406	164836	78894	406	164836
2014	79690	78975.2	714.8	510939.04	79097	593	351649
2015	80091	79118.16	972.84	946417.6656	79393.5	697.5	486506.25
2016	79282	79312.728	-30.728	944.209984	79742.25	-460.25	211830.0625
2017	79042	79306.5824	-264.582	70003.84639	79512.125	-470.125	221017.5156
2018	78653	79253.66592	-600.666	360799.5474	79277.0625	-624.063	389454.0039
2019	78985	79133.53274	-148.533	22061.97366	78965.03125	19.96875	398.7509766
2020	78392	79103.82619	-711.826	506696.5231	78975.01563	-583.016	339907.219
2021		78961.46095			78683.50781		
合计				2582698.806			2165598.802

3. 对下表中的数据分别拟合线性趋势线  $\hat{Y}_t = b_0 + b_1 t$  和二阶曲线  $\hat{Y}_t = b_0 + b_1 t + b_2 t^2$ , 并从估计标准误差角度对结果进行比较, 结合画图给出你认为最佳的预测模型。

时间 $t$	观测值 $Y$
1	372
2	370
3	374
4	375
5	377
6	377
7	374
8	372
9	373
10	372
11	369
12	367
13	367
14	365
15	363
16	359
17	358
18	359

解: 各个趋势方程为:

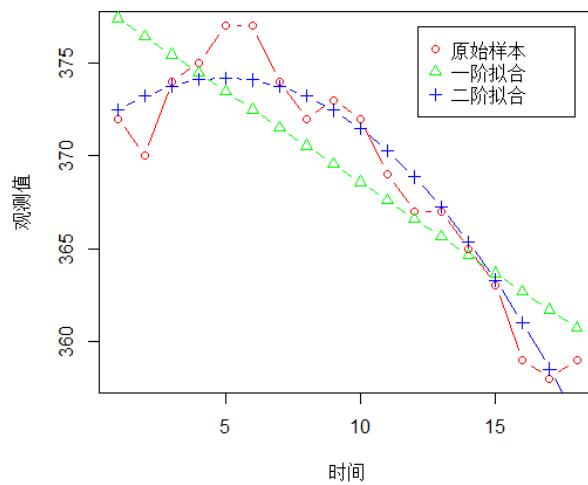
$$\begin{aligned}\hat{Y}_t &= 378.3791 - 0.9814t \\ \hat{Y}_t &= 371.4877 + 1.0860t - 0.1088 t^2\end{aligned}$$

对应的标准误差为

$$\text{一阶拟合: } s_e = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n-m}} = \sqrt{\frac{854.9}{35-2}} = 3.2814$$

$$\text{二阶拟合: } s_e = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n-m}} = \sqrt{\frac{524.7}{35-3}} = 1.8239$$

画图:



所以综上所述，用二阶曲线拟合效果最好。

#### 4. 某企业生产甲、乙两种产品，资料如下：

产品名称	计量单位	产量		单位成本(元)	
		基期	报告期	基期	报告期
甲	台	2000	2200	12.0	12.5
乙	吨	5000	6000	6.2	6.0

- (1) 计算产量与单位成本个体指数。
- (2) 计算两种产品产量总指数以及由于产量增加而增加的生产费用。
- (3) 计算两种产品单位成本总指数以及由于成本降低而节约的生产费用。

解：

$$(1) \text{ 甲产品产量指数为: } I_{q_甲} = \frac{q_1 甲}{q_0 甲} = \frac{2200}{2000} = 110.00\%$$

$$\text{甲产品单位成本指数为: } I_{p_甲} = \frac{p_1 甲}{p_0 甲} = \frac{12.5}{12.0} = 104.17\%$$

$$\text{乙产品产量指数为: } I_{q_乙} = \frac{q_1 乙}{q_0 乙} = \frac{6000}{5000} = 120.00\%$$

$$\text{乙产品单位成本指数为: } I_{p_乙} = \frac{p_1 乙}{p_0 乙} = \frac{6.0}{6.2} = 96.77\%$$

- (2) 两种产品产量总指数：

$$\text{拉氏产量指数计算结果为: } I_q = \frac{\sum p_0 q_1}{\sum p_0 q_0} = \frac{2200 \times 12.0 + 6000 \times 6.2}{2000 \times 12.0 + 5000 \times 6.2} = 115.64\%$$

$$\text{帕氏产量指数计算结果为: } I_q = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_1 q_0} = \frac{2200 \times 12.5 + 6000 \times 6.0}{2000 \times 12.5 + 5000 \times 6.0} = 115.45\%$$

由于产量增加而增加的生产费用为：

$$\sum p_0 q_1 - \sum p_0 q_0 = (2200 \times 12.0 + 6000 \times 6.2) - (2000 \times 12.0 + 5000 \times 6.0) = 8600 \text{ (元)}$$

- (3) 两种产品单位成本总指数：

$$\text{拉氏产品单位成本指数计算结果为: } I_p = \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0} = \frac{2000 \times 12.5 + 5000 \times 6.0}{2000 \times 12.0 + 5000 \times 6.2} = 100.00\%$$

$$\text{帕氏产品单位成本指数计算结果为: } I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} = \frac{2200 \times 12.5 + 6000 \times 6.0}{2200 \times 12.0 + 6000 \times 6.2} = 99.84\%$$

由于成本降低而节约的生产费用为:

$$\sum p_0 q_1 - \sum p_1 q_1 = (2200 \times 12.0 + 6000 \times 6.2) - (2200 \times 12.5 + 6000 \times 6.0) = 100 \text{ (元)}$$

5. 某商场商品销售资料如表所示:

商品名称	计量单位	商品销售量		商品价格 (千元)		销售额 (千元)	
		上期	本期	上期	本期	上期	本期
甲	台	150	160	7	8	1050	1280
乙	套	80	100	4	5	320	500
丙	吨	300	500	2	2	600	1000

- (1) 计算销售额指数、商品价格指数和销售量指数。
- (2) 分析商品销售量和商品价格变动对销售额影响的相对值和绝对值。

解: 设单价为 $p$ , 销售量为 $q$ 。

$$(1) \text{ 销售额指数} = \frac{\sum_{i=1}^3 p_1 q_1}{\sum_{i=1}^3 p_0 q_0} = \frac{1280+500+1000}{1050+320+600} = 141.12\%$$

$$\text{商品价格指数} = \frac{\sum_{i=1}^3 p_1 q_1}{\sum_{i=1}^3 p_0 q_1} = \frac{1280+500+1000}{160 \times 7 + 100 \times 4 + 500 \times 2} = 110.32\%$$

$$\text{销售量指数} = \frac{\sum_{i=1}^3 p_0 q_1}{\sum_{i=1}^3 p_0 q_0} = \frac{7 \times 160 + 4 \times 100 + 2 \times 500}{1050 + 320 + 600} = 127.92\%$$

即报告期与基期相比, 这三种商品的销售额升高了 41.12%, 价格的变动使销售额提高了 10.32%; 销售量的变动使销售额提高了 27.92%。

(2) 从绝对变动水平来看:

$$\text{销售额变动} = \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_0 = 810 \text{ (千元)}$$

$$\text{价格变动的影响额} = \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_1 = 260 \text{ (千元)}$$

$$\text{销售量变动的影响额} = \sum p_0 q_1 - \sum p_0 q_0 = 550 \text{ (千元)}$$

三者之间的数量关系:  $810 = 260 + 550$

即报告期与基期相比, 这三种商品的销售额增加了 880 千元, 其中由于价格的变动使销售额增加了 260 千元, 销售量的变动使销售额增加了 550 千元。

6. 某电子生产企业 2003 年和 2002 年三种主要产品的单位成本和产量资料如下表所示。

产品名称	计量单位	产量		单位产品成本 (元)	
		2002 年	2003 年	2002 年	2003 年
高能电池	节	900	1000	8.5	9.0
电路板	块	500	500	55.0	58.5
录音机	台	700	800	100.0	115.0

- (1) 计算三种产品的产值总指数以及产值增减总额。
- (2) 以 2003 年的产量为权数计算三种产品的加权单位产品成本综合指数, 以及产量变动所导致的产值增减额。
- (3) 以 2002 年的单位产品成本为权数计算三种产品的加权产量综合指数, 以及单位产品成本变动所导致的产值增减额。
- (4) 分析产量和单位产品成本变动对产值影响的相对值和增减额。

解：

(1) 三种产品的产值总指数为：

$$I_{pq} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0} = \frac{9 \times 1000 + 58.5 \times 500 + 115 \times 800}{8.5 \times 900 + 55 \times 500 + 100 \times 700} = 123.87\%$$

产值增减总额为：

$$\sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_0 = 130250 - 105150 = 25100 \text{ (元)}$$

(2) 以 2003 年的产量为权数计算三种产品的加权单位产品成本综合指数为：

$$I_{pq} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} = \frac{9 \times 1000 + 58.5 \times 500 + 115 \times 800}{8.5 \times 1000 + 55 \times 500 + 100 \times 800} = 112.28\%$$

因产量变动所导致的产值增减额为：

$$\sum p_0 q_1 - \sum p_0 q_0 = 116000 - 105150 = 10850 \text{ (元)}$$

(3) 以 2002 年的单位产品成本为权数计算三种产品的加权单位产品成本综合指数为：

$$I_{pq} = \frac{\sum p_0 q_1}{\sum p_0 q_0} = \frac{8.5 \times 1000 + 55 \times 500 + 100 \times 800}{8.5 \times 900 + 55 \times 500 + 100 \times 700} = 110.32\%$$

因单位产品成本变动所导致的产值增减额为：

$$\sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_1 = 130250 - 116000 = 14250 \text{ (元)}$$

(4) 因产量变动对产值影响的相对值为 10850 元，因单位产品成本变动对产值影响的相对值为 14250 元，产值增减总额为 25100 元 (10850+14250)。

7. 下表是某地 2005 年粮食类零售价格指数计算简表，请以表中资料说明编制商品零售价格指数的一般步骤，并计算出 2005 年粮食类零售价格指数。

商品类别	规格 等级	计量 单位	平均价格		权数 $W$ (%)	以上年为基期	
			2004 年	2005 年		指数 $i$ (%)	$iW$ (%)
			$p_0$	$p_1$			
粮食类总指数					100	107.92	107.92
1. 细粮小类					82	108.74	89.17
(1) 面粉	标准 粉	千克	2.00	2.20	56	110.00	61.60
(2) 梗米	一等	千克	2.80	3.00	44	107.14	47.14
2. 粗粮小类					18	104.18	18.75
...					...	...	...

解：计算出各代表规格品的价格指数：

$$\text{面粉的价格指数 } i = \frac{p_1}{p_0} = \frac{2.20}{2.00} = 110.0\%$$

$$\text{梗米的价格指数 } i = \frac{p_1}{p_0} = \frac{3.00}{2.80} = 107.14\%$$

根据各代表规格品的价格指数以及给出的相应权数，加权算术平均计算小类指数。

$$\text{细粮的价格指数 } i_p = \frac{\sum iW}{\sum W} = \frac{1.10 \times 56 + 1.07 \times 44}{100} = 108.74\%$$

根据各小类指数以及相应的权数，加权算术平均计算大类指数。

$$\text{粮食类价格指数 } i_p = \frac{\sum iW}{\sum W} = \frac{108.74\% \times 82 + 104.18\% \times 18}{100} = 107.92\%$$