上海财经大学
Shanghai University of Finance and Economics
1917-2017

0410 证券投资学

期权

2024年12月11日

OUTLINE

上海财经大学
SHANGHAI UNIVERSITY OF FINANCE AND ECONOMICS

1. 期权的定义和特点
2. 影响期权价格的因素
3. 期权的定价
4. 奇异期权
5.
6.

期权合约的历史

- 期权有着很长的历史，但是它的历史并非全部都是光辉灿烂的。
  - 它曾经在17世纪和18世纪早期得到广泛的运用。
  - 17世纪，荷兰阿姆斯特丹股票交易所就有期权形式的合约交易
  - 18世纪早期的南海公司泡沫事件
- 美国19世纪70年代的报纸刊载着交易所提供的期权报价。1934年通过的证券法授权证券管理委员会对股票期权进行规制。
- 直到1973年，期权都是场外交易，也极少有第二次交易。1973年，芝加哥期货交易所（CBOE）看涨期权交易，1977年，交易看跌期权交易。

00 | 期权的概念

为了筹集战争资金，英国统治当局从1690年开始在伦敦逐步建立具有现代金融市场元素的证券交易市场，1694年成立了中央银行 — 英格兰银行，并开始举债，发行了汇票，即一种带有“承诺付款”的代金券。

1713年，英国获得向西班牙控制的南美洲贩运奴隶的权利；作为回报，英国允许西班牙进入英国皇家非洲公司控制的非洲西海岸所有的英国殖民地。

这时，南海公司已经成立两年。公司全名：大不列颠商人与南海及其他美洲各地通商并促进渔业的公司， 主营业务是海外贸易，股份制。

南海公司跟政府做了一笔交易，从政府手里买断西班牙南海贸易的合同，然后政府发行的国债都打包交给南海公司管理，每年付利息。

买了国债的人可以把票据拿去折换成南海公司的股票，从政府的债主变成南海公司股东，不再拿债务利息，改拿分红股息。国债不能买卖，但南海公司的股票可以交易。政府则把自己的债主从无数公众变成一个南海公司。

南海公司与老牌奴隶贸易公司“皇家非洲公司”合作，从大西洋向南美运了数千名奴隶，还得到皇家海军护航。这更加深了公众对南海公司得到政府撑腰的猜测，因此对它的股票更放心、更热切。

到1720年夏天，南海公司的股票被高估，带动大市上涨，其他公司的股价也水涨船高。部分原因是许多新手进入股市盲目从众，还有一个原因是当时法国股市崩溃，不少投资资金流入伦敦，助燃了伦敦股市泡沫。

南海公司的股票从1719年到1720年底，股价飙升10倍，于1720年8月触顶，然后断崖式跌落，到年底跌破初始价。

期权合约的历史

- 1973年，Black-Scholes期权定价公式，1997年，Scholes 和 Merton 获得诺贝尔经济学奖。

- 20世纪70年代，工业化国家的市场经济由固定汇率转换为浮动汇率体制。汇率波动导致货币期权合同出现。70年代另一重要事件是利率波动性的上升。这导致对利率套期保值工具的需求，债券期权出现。

- 从20世纪80年代开始，期权市场的创新有两个方向：
  - 引进基于新标的的期权（以期货、股指、电力等为标的物）
  - 奇异期权

期权合约的应用

- **金融市场的应用**
  - 投资
  - 风险控制——套期保值
  - 一些证券具有期权的特征：可回购债、可转债
- **公司财务**
  - 投、融资决策
  - 兼并、重组方案设计
- **其它**
  - 人力资源——激励方式
  - 自然资源的开采、核废料的处理等决策
  - 等等……

买入期权（Call option），又称为看涨期权，给与期权的持有者在给定时间，或是此时间之前的任一时刻按规定价格买入一定数量的某种资产的权利的一种法律合同。

卖出期权（Put option），又称为看跌期权，给与期权的持有者在给定时间，或是此时间之前的任一时刻按规定价格卖出一定数量的某种资产的权利的一种法律合同。

期权是两人之间的一种合约，其中的一人给予另外一人在规定的一段时间内，可以以规定的价格买或者卖某种规定的资产的权利。

获得权利的一方需要做出是否接受该权利的决定，我们称这一方为**期权的买者(**option buyer)，因为他需要付钱来获得这种权利。提供权利的一方称为**期权的写者**(option writer)。

买入期权-看涨期权(Call Option)例子

- 例子：投资者B和W计划签定一份合同：现在B支付给W 5美元，交换条件是在接下来的六个月的任何时间，允许B自愿从W那里以110美元/股的价格购买100股IBM公司股票。 IBM公司股票现在的价格为105美元/股。

- 问题：
  - B和W为什么都愿意签定这个合同?
  - 如果需要B支付500美元，B是否愿意?
  - B如果不支付5美元，W是否愿意签定合同?

卖出期权-看跌期权(Call Option)例子

- 例子：投资者B和W计划签定一份合同：现在B支付给W 4美元，交换条件是在接下来的六个月的任何时间，允许B可自愿以100美元/股的价格卖给W 100股IBM公司股票。IBM公司股票现在的价格为105美元/股。

- 问题：
  - B和W为什么都愿意签定这个合同?
  - B如果不支付给W4美元，W是否愿意签合同?
  - 如果需要B支付500美元，B是否愿意?

期权具有四个特征（要素）：

标的物(underlying asset)

- 期权能够买（对于看涨期权而言）或者卖（对于看跌期权而言）的对象，或者说，合约是关于哪种资产的合约。
- 以股票为标的物的期权，每份期权通常包括100份特定的股票。例如，持有一份以IBM公司股票为标的物的看涨期权，是一份可以买100份IBM公司股票的权利。
- 几乎所有对象都可以作为标的物，证券、指数、天气、原材料等等

行权价或者执行价格(exercise price, 或者strike price)

- 这个价格是执行期权合约时，可以以此价格购买或出售标的物的价格。
- 对于以IBM公司股票为标的物的看涨期权，如果执行价格为110美元时，则在执行这种期权时，按每份股票110美元购买。

到期日(expiration date)

- 规定期权最后的有效日期。这段时间区间可以是一天、一个星期、或者一年。以IBM公司股票为标的物的看涨期权，如果到期日为六个月，则在这六个月里，这份权利都是有效的。

期权费（Option premium）

期权应该包括是否可以在到期日之前执行这种权利

- 如果在到期日之前的任何时间以及到期日都能执行，我们称这种期权为**美式期权**。如果只能在到期日（或到期日前的规定时间段）执行，称为**欧式期权**。

- 美式和欧式这两个名词曾代表了以股票为标的物的期权在美洲和欧洲的结构形式。但是现在，它们已成为反映两种不同结构的期权的标准名词，而不管期权是在哪儿发行的。

- 假设一种欧式看涨期权，它以某种股票为标的物，该股票在时间 t 的价格以 S_t 表示，期权的执行价格为 K，到期日为 T，期权在时间 t 的价格为 c_t。

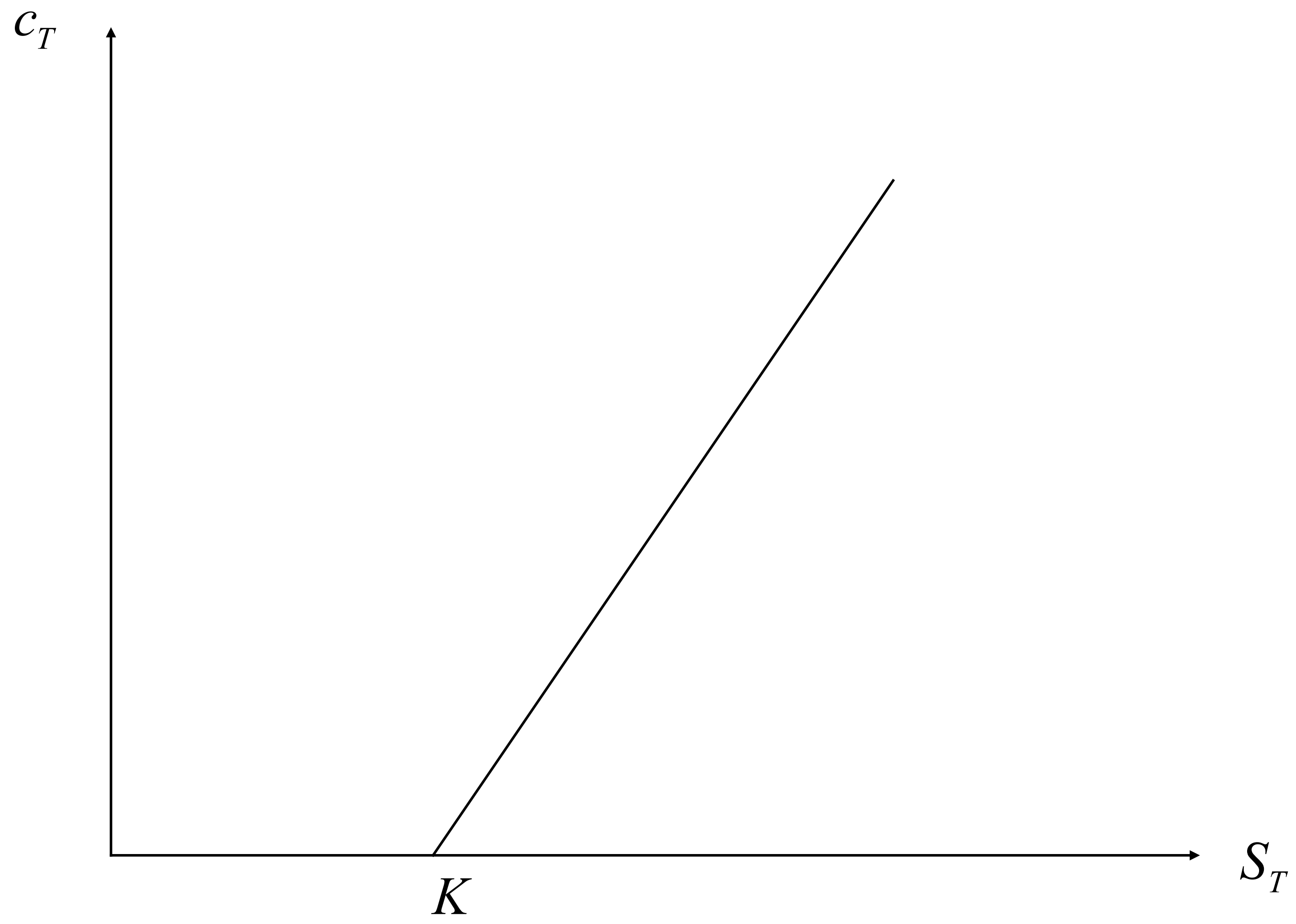
在到期日 T，买入期权的价值为多少。

1） $S_T \geq K$

2） $S_T < K$

$$c_T = \max\left[0, S_T - K\right] = \left[S_T - K\right]^+$$

- 把期权在 T 时的价格显示地表示成股票价格的函数。这个函数如下图所示。该图说明当 $S_T \geq K$，期权的价值为零，当 $S_T < K$ 时，期权的价值随着股票价格的增加而线性增加。
- 期权不可能有负的价值，责任有限金融工具。



- 图1看涨期权在到期日的收益

看跌期权的价值

- 在到期日 T，卖出期权的价值。

  1） $S_T < K$

  2） $S_T \geq K$

$$p_T = \max\left[0, K - S_T\right] = \left[K - S_T\right]^+$$

  - 把期权在 T 时的价格显示地表示成股票价格的函数。 这个函数说明当 $S_T \geq K$，期权的价值为零，当 $S_T < K$ 时，期权的价值随着股票价格的增加而线性减少。

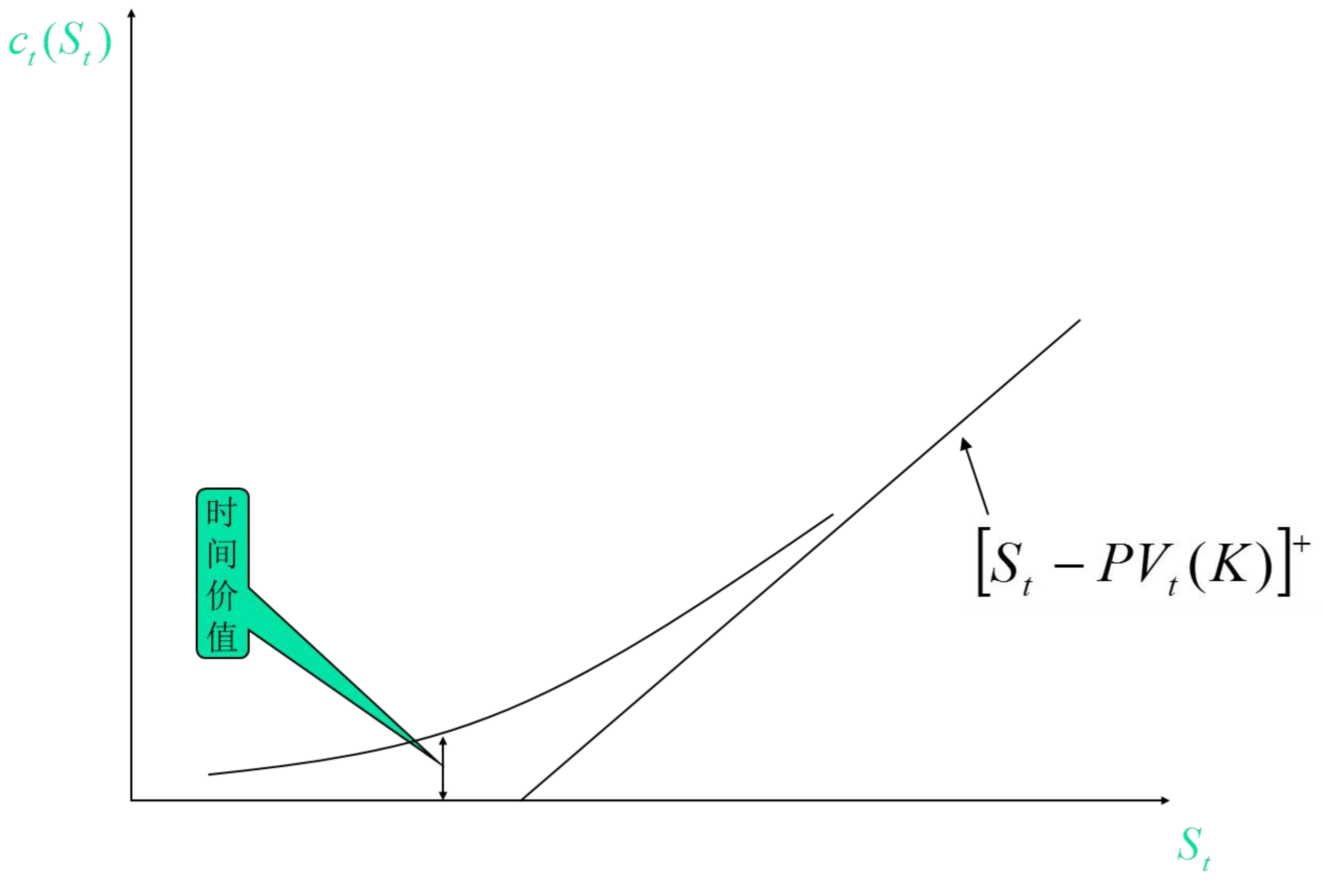
期权在到期日前的价值

- 内在价值(intrinsic value)

$$[S_t - PV_t(K)]^+$$

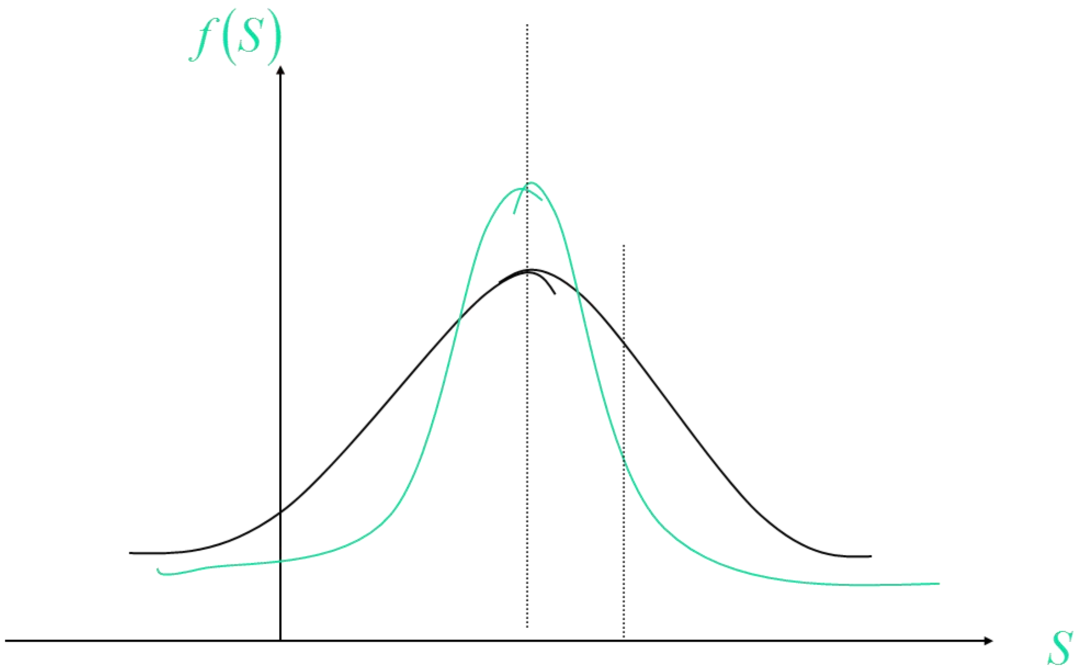
- 时间价值(time value)

$$C_t - [S_t - PV_t(K)]^+$$



还有哪些因素影响期权的价格?

- 执行价格
- 标的股票价格的方差
- 无风险利率
- 距到期日时间的影响
- 现金股利的影响



影响看涨期权的价格的因素

在确定看涨期权的价格时，有五种因素是重要的：标的资产的价格，期权的执行价格，标的资产价格的方差，到期日（实际应该是剩下的到期时间），以及无风险利率。把欧式看涨期权的价格写成如下的函数形式：

$$c_t = f\left(S_t, K, \sigma^2, T-t, r_f\right)$$

欧式看涨期权与看跌期权价格之间的平价关系(put-call parity)

- 假设欧式看涨、看跌期权具有相同的标的物、相同的到期日、相同的执行价格

- 简单一期模型

$$c_0 - p_0 = \frac{(1 + r_f)S_0 - K}{1 + r_f}$$

- 连续复利

$$c_0 - p_0 = S_0 - Ke^{-r_f T}$$

- 有红利时欧式期权的平价关系

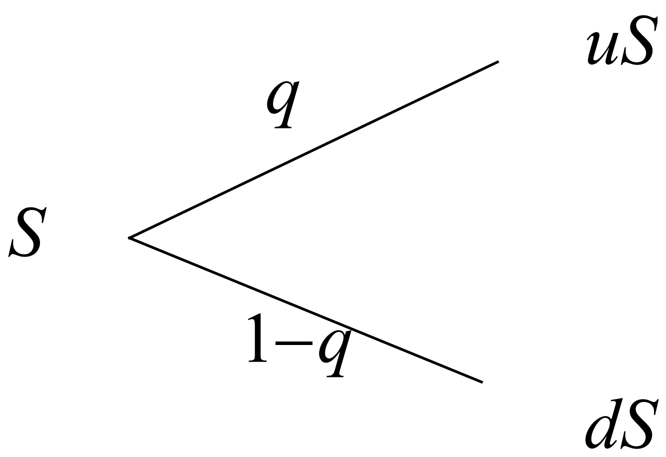
$$c_0 + D - p_0 = S_0 - e^{-r_f T}$$

- 美式期权不存在平价关系

期权的定价模型

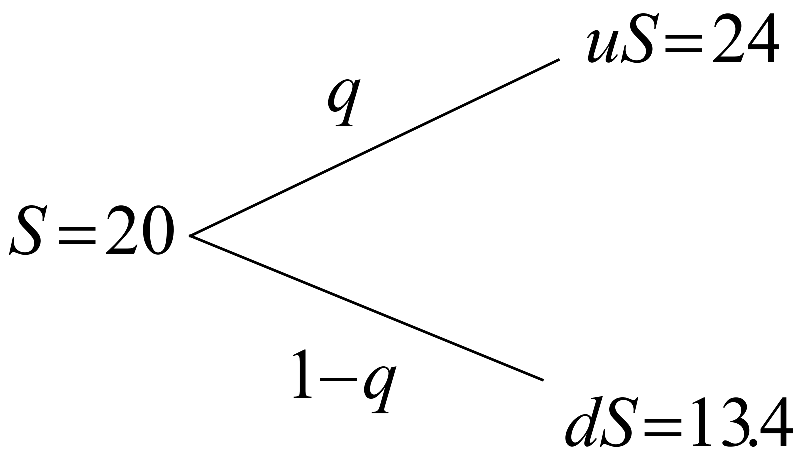
- **Black-Scholes 模型**
- **等价鞅测度模型**
- **二项分布（二叉树）方法**
  - 在应用这种方法时，最重要的是**套期保值**的概念。套期保值最形象、最简单的例子是有关保险中的定价问题。
  - 可用于对美式期权的定价
  - 可用于对标的物有红利的期权定价

- A. 以股票为标的物的看涨期权的简单二叉树模型
  - 标的股票的价格服从二项分布产生的过程:



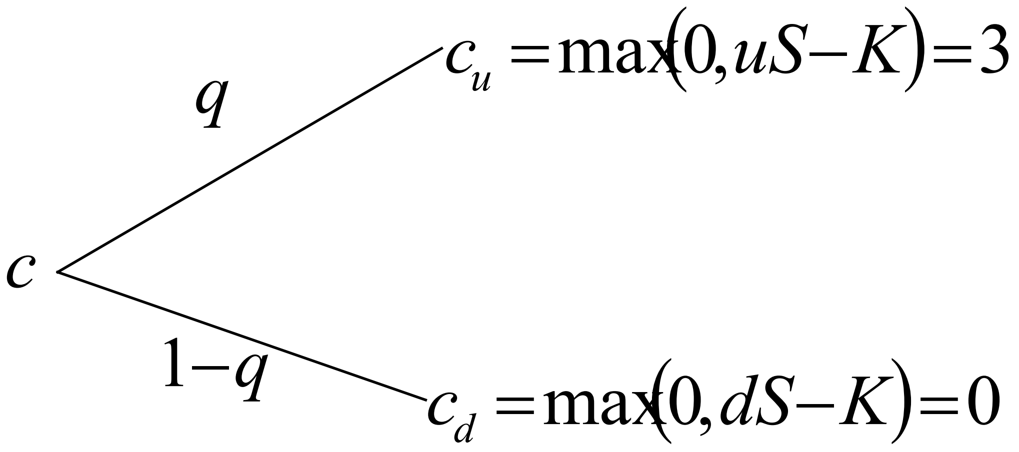
S =股票现在的价格
q =股票价格上涨的概率
r_f =一期的无风险利率
u =股票价格上涨的幅度
d =股票价格下跌的幅度

$r_f = 0.1 \quad K = 21 \quad u = 1.2 \quad d = 0.67$

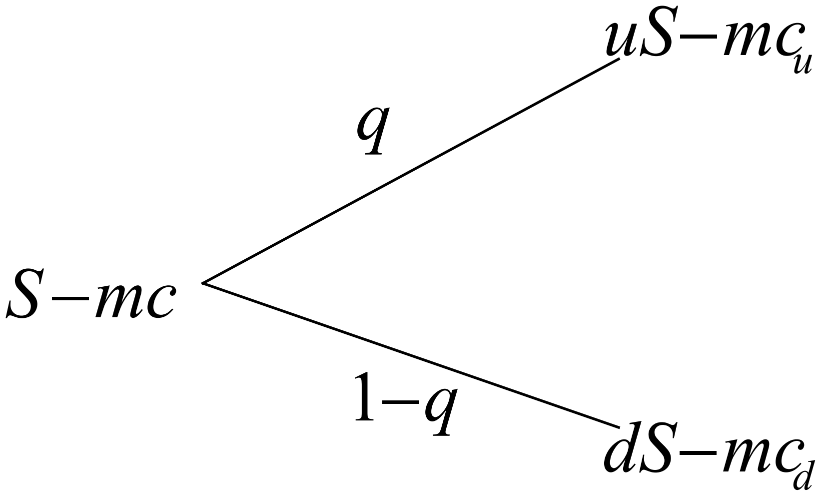


- 每期的无风险利率为r_f。对 r_f 的限制为 $u > 1 + r_f > d$ 这是无套利条件。直观地可以看出，无论是$1+r_f > u > d$（这时，无风险利率总比股票的风险回报率高）还是$u > d > 1 + r_f$（这时，无风险利率总比股票的风险回报率低），都存在套利机会。不失一般性，假设 $r_f > 0$。

以股票为标的物的欧式看涨期权，执行价格为 K，到期日为一期，它的现价以 C 表示。该期权在到期日的支付如下图



构造无风险套期保值证券组合：以价格 S 买一份股票，写 m 份以股票为标的物的看涨期权（ m 称为套期保值比率）。下图说明了这个套期保值证券组合的到期支付。如果这个套期保值证券组合在每种状态下的到期支付都相等，则这个证券组合是无风险的。



- 让到期支付相等，得到:
- $uS - mc_u = dS - mc_d$
- 从上式中解出看涨期权的份数 m ： $m = \frac{S(u-d)}{c_u - c_d}$
- 把例子里的数字代入，得到

m =3.53

- 因此，无风险套期保值证券组合包括买一份股票，写3.53份看涨期权。在两个状态下的支付相等，如下表:

不确定状态	证券组合	支付
好状态	$uS - mc_u$	1.2(20元)-3.53(3元)=13.40元
坏状态	$dS - mc_d$	0.67(20元)-3.53(0元)=13.40元

- 因为套期保值证券组合是无风险的，它的到期支付应该等于它的现价乘以 $1+r_f$ ，即，

$$\left(1+r_f\right)\left(S-mc\right)=uS-mc_u$$

- 从这个式子得出期权的价格：

- $$c=\frac{c_u\left[\frac{\left(1+r_f\right)-d}{u-d}\right]+c_d\left[\frac{u-\left(1+r_f\right)}{u-d}\right]}{1+r_f}$$

- 设 $$P=\frac{\left(1+r_f\right)-d}{u-d}$$

- 则 $$1-P=\frac{u-\left(1+r_f\right)}{u-d}$$

$$c=\frac{c_u p+c_d(1-p)}{1+r_f}$$

- 这里定义 P 的总是大于0而小于1，具有概率的性质，我们称之为**套期保值概率**。
- 从 P 的定义可以看出，无套利条件 $u>1+r_f>d$ 成立当且仅当 P 大于0而小于1（即，保证 P 是概率）。

- P 是当市场达到均衡时，风险中性者所认为的 q 值，即股票价格上涨的概率。作为风险中性者，投资者仅仅需要投资在风险股票上的回报率为无风险利率：

$$\left(1+r_f\right)S = quS + (1-q)dS$$

- 从中解出值，得到：

$$q = \frac{\left(1+r_f\right) - d}{u-d}$$

- 所以，对一个风险中性者来说，$P = q$ 。

- 看涨期权的定价公式具有以下三个有趣的特征:

1．该公式不依赖于股票价格上涨的概率。这使得，即使投资者的预期不一致，只要他们对别的参数的估计一致（包括 u,d,S,K,r_f ），他们就会有一样的定价公式。

2．该公式的获得不依赖个体对风险的偏好。所需的假设仅仅只是无套利。

3．该公式依赖的唯一随机变量是标的股票。（例如，与市场证券组合无关）

看涨期权定价的完全二项式模型

- T期模型

$$c=\frac{\sum_{n=0}^{T}B(n|T,p)\max\left[0,u^{n}d^{T-n}S-K\right]}{\left(1+r_f\right)^{T}}$$

$$=SB(n\geq a|T,p')-K\left(1+r_f\right)^{-T}B(n\geq a|T,p)$$

- 这里

$$p=\frac{\left(1+r_f\right)-d}{u-d}\qquad p'=\left[\frac{u}{\left(1+r_f\right)}\right]p$$

二项模型推广到连续时间Black-Scholes 期权定价模型

- 连续时间看涨期权定价公式，Black和Scholes（1973）：

- 这里 $$c_t = S_t N(d_1) - K e^{-r_f (T-t)} N(d_2)$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(S_t / K\right) + r_f (T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}} + \frac{1}{2}\sigma\sqrt{T-t}$$

$$d_2 = \frac{\ln\left(S_t / K\right) + r_f (T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}} - \frac{1}{2}\sigma\sqrt{T-t}$$

- 连续时间看跌期权定价公式:

$$p_t = -S_t N(-d_1) + K e^{-r_f(T-t)} N(-d_2)$$

- 这里

$$d_1 = \frac{\ln\left(S_t / K\right) + r_f(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}} + \frac{1}{2}\sigma\sqrt{T-t}$$

$$d_2 = \frac{\ln\left(S_t / K\right) + r_f(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}} - \frac{1}{2}\sigma\sqrt{T-t}$$

奇异期权（Exotic option）

- 亚式期权 Asian option：期权有效期内一段时间资产的平均价格相联系的期权
- 障碍期权 Barrier option： 受到标的价格是否突破某些临界值的约束
- 回顾期权 Lookback option： 收益一定程度上取决于有效期标的资产的最高或是最低价格
- 外汇转换期权 Currency-translated option： 以外汇标价的标的资产
- 双边期权 Binary option：标的资产的价格是否满足某些条件而提供固定收益

期权的交易

- 场外交易
  - 主要是机构投资者
  - 优点：量身定做（标的物、到期日、执行价格）、信息保密、不被管制
  - 缺点：信誉风险、流动性差

- 场内交易
  - 大众化
  - 优点：合约标准化（标的物、到期日、执行价格）、交易规范化、流动性好