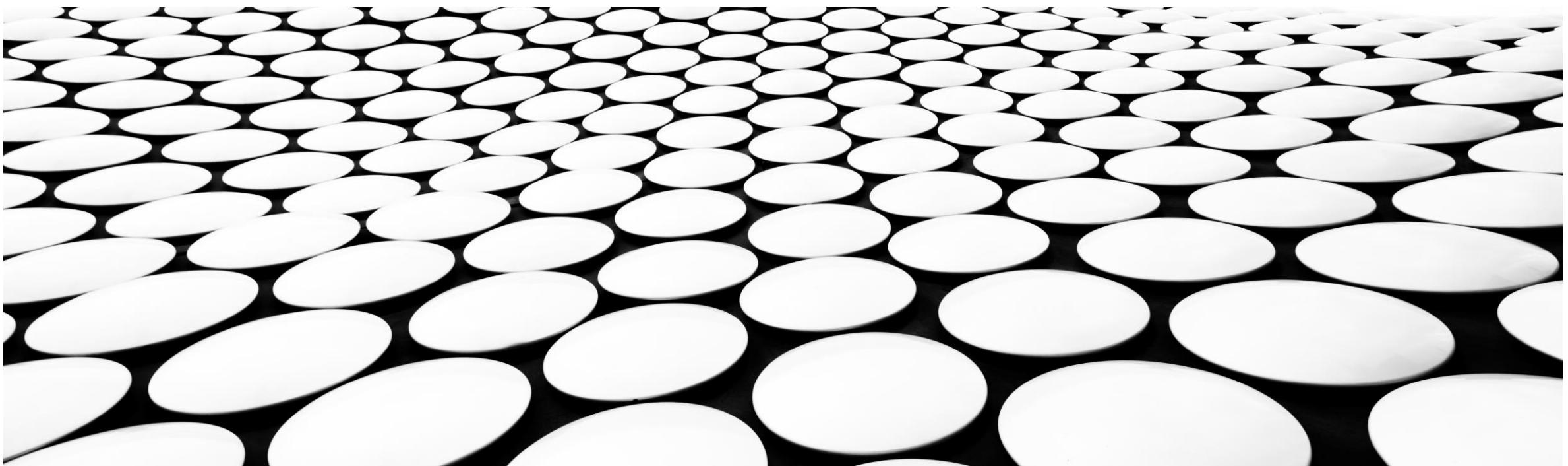

深度学习

邱怡轩



今天的主题

- 前馈神经网络 PyTorch 实现 (续)
- 卷积神经网络

前馈神经 网络实现

- 参见 [lec5-fnn.ipynb](#)

卷积的概念

- 先看一道初中数学题
- 考虑两个多项式, $p(x) = 3 - 2x + x^2$,
 $q(x) = -5 + 4x$
- 问 $r(x) = p(x) \cdot q(x)$ 的展开式是什么?

卷积的概念

- 再看一道“大学”算法题
- 一般地，用一个向量表示多项式的系数
- 如 $v = (1,0,2)'$ 表示 $1 + 2x^2$, $w = (0,1,2,3)'$ 表示 $x + 2x^2 + 3x^3$
- 给定两个任意的多项式系数 v 和 w , 求多项式乘积的系数向量 r

卷积的概念

- 先说结论

- R

```
> v = c(3, -2, 1)
> w = c(-5, 4)
> convolve(v, rev(w), type = "open")
[1] -15   22  -13     4
```

- Python

```
In [1]: import numpy as np
v = [3, -2, 1]
w = [-5, 4]
np.convolve(v, w)
```

```
Out[1]: array([-15,   22,  -13,     4])
```

卷积的概念

- 先说结论

- R

```
> v = c(3, -2, 1)
> w = c(-5, 4)
> convolve(v, rev(w), type = "open")
[1] -15   22  -13     4
```

- Python

```
In [1]: import numpy as np
v = [3, -2, 1]
w = [-5, 4]
np.convolve(v, w)
```

```
Out[1]: array([-15,   22,  -13,     4])
```

卷积的概念

convolve

英 [kən'vəlv]

美 [kən'veɪlv]

v. 使卷曲, 使缠绕; 卷积

[第三人称单数 convolves 现在分词 convolving 过去式 convolved 过去分词 convolved]

同近义词

同根词

词根: **convolve**

adj.

convoluted 复杂的; 费解的; 旋绕的

n.

convolution [数] 卷积; 回旋; 盘旋; 卷绕

v.

convoluted 盘绕; 缠绕 (convolute的过去分词)

一维卷积

■ $p(x) = 3 - 2x + x^2, \ q(x) = -5 + 4x$

$$v \quad \begin{matrix} 1 & x & x^2 \\ \boxed{3} & -2 & 1 \end{matrix}$$

$$w \quad \begin{matrix} 1 & x \\ -5 & 4 \end{matrix}$$

一维卷积

- $p(x) = 3 - 2x + x^2, \ q(x) = -5 + 4x$

$$v \quad \begin{matrix} 1 & x & x^2 \\ \boxed{3} & \boxed{-2} & \boxed{1} \end{matrix}$$

$$w \quad \begin{matrix} 1 & x \\ \boxed{-5} & \boxed{4} \end{matrix}$$

$$v \quad \begin{matrix} 1 & x & x^2 \\ \boxed{3} & \boxed{-2} & \boxed{1} \end{matrix}$$

$$\text{rev}(w) \quad \begin{matrix} x & 1 \\ \boxed{4} & \boxed{-5} \end{matrix}$$

一维卷积

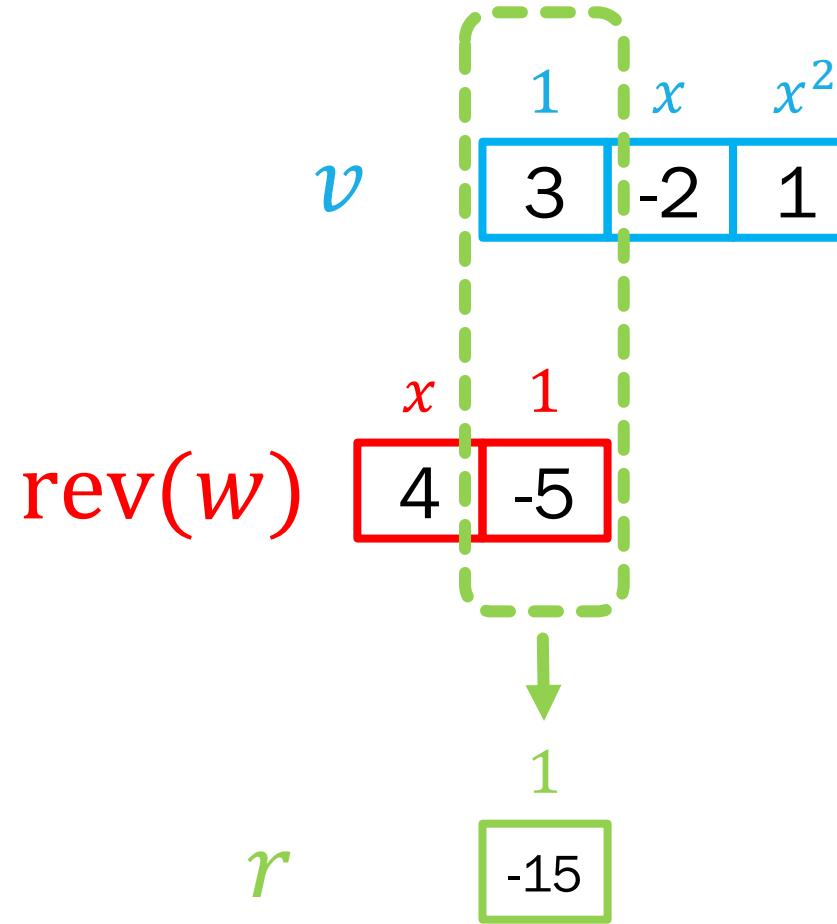
- $p(x) = 3 - 2x + x^2, \ q(x) = -5 + 4x$

$$v \quad \begin{matrix} 1 & x & x^2 \\ \boxed{3} & \boxed{-2} & \boxed{1} \end{matrix}$$

$$\text{rev}(w) \quad \begin{matrix} x & 1 \\ \boxed{4} & \boxed{-5} \end{matrix}$$

一维卷积

- $p(x) = 3 - 2x + x^2, q(x) = -5 + 4x$



一维卷积

- $p(x) = 3 - 2x + x^2, \quad q(x) = -5 + 4x$

$$v \quad \begin{matrix} 1 & x & x^2 \\ \boxed{3} & \boxed{-2} & \boxed{1} \end{matrix}$$

$$\text{rev}(w) \quad \begin{matrix} x & 1 \\ \boxed{4} & \boxed{-5} \end{matrix} \rightarrow$$

$$r \quad \begin{matrix} 1 \\ \boxed{-15} \end{matrix}$$

一维卷积

- $p(x) = 3 - 2x + x^2, \ q(x) = -5 + 4x$

$$v \quad \begin{matrix} 1 & x & x^2 \\ \boxed{3} & \boxed{-2} & \boxed{1} \end{matrix}$$

$$\text{rev}(w) \quad \begin{matrix} x & 1 \\ \boxed{4} & \boxed{-5} \end{matrix}$$

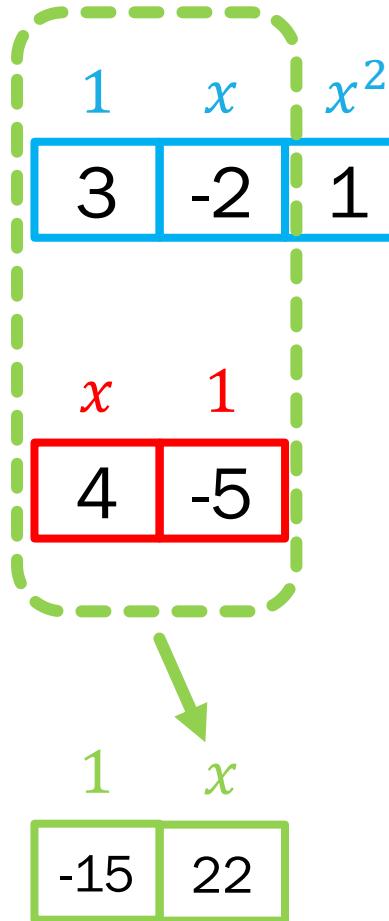
$$r \quad \begin{matrix} 1 \\ \boxed{-15} \end{matrix}$$

一维卷积

- $p(x) = 3 - 2x + x^2, q(x) = -5 + 4x$

$\text{rev}(w)$

r



一维卷积

- $p(x) = 3 - 2x + x^2, \ q(x) = -5 + 4x$

$$v \quad \begin{matrix} 1 & x & x^2 \\ \boxed{3} & \boxed{-2} & \boxed{1} \end{matrix}$$

$$\text{rev}(w) \quad \begin{matrix} x & 1 \\ \boxed{4} & \boxed{-5} \end{matrix} \rightarrow$$

$$r \quad \begin{matrix} 1 & x \\ \boxed{-15} & \boxed{22} \end{matrix}$$

一维卷积

- $p(x) = 3 - 2x + x^2, \ q(x) = -5 + 4x$

$$v \quad \begin{matrix} 1 & x & x^2 \\ \boxed{3} & \boxed{-2} & \boxed{1} \end{matrix}$$

rev(w)

$$\begin{matrix} x & 1 \\ \boxed{4} & \boxed{-5} \end{matrix}$$

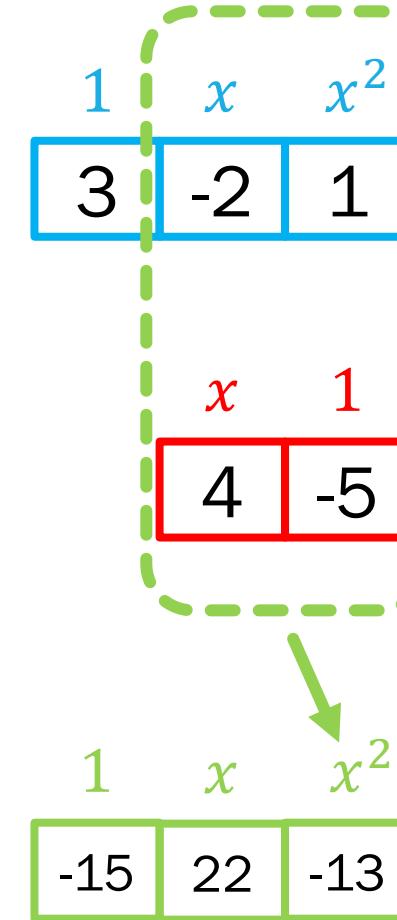
$$r \quad \begin{matrix} 1 & x \\ \boxed{-15} & \boxed{22} \end{matrix}$$

一维卷积

- $p(x) = 3 - 2x + x^2, \quad q(x) = -5 + 4x$

$\text{rev}(w)$

r



一维卷积

- $p(x) = 3 - 2x + x^2, \ q(x) = -5 + 4x$

$$v \quad \begin{matrix} 1 & x & x^2 \\ \boxed{3} & \boxed{-2} & \boxed{1} \end{matrix}$$

rev(w)

$$\begin{matrix} x & 1 \\ \boxed{4} & \boxed{-5} \end{matrix} \rightarrow$$

$$r \quad \begin{matrix} 1 & x & x^2 \\ \boxed{-15} & \boxed{22} & \boxed{-13} \end{matrix}$$

一维卷积

- $p(x) = 3 - 2x + x^2, \ q(x) = -5 + 4x$

$$v \quad \begin{matrix} 1 & x & x^2 \\ \boxed{3} & \boxed{-2} & \boxed{1} \end{matrix}$$

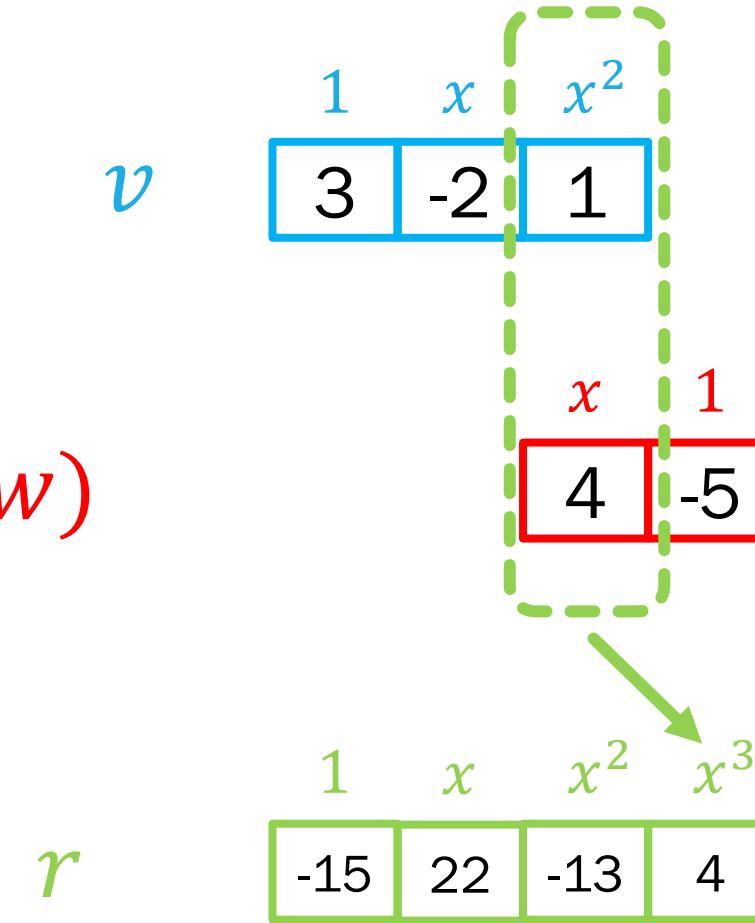
rev(w)

$$\begin{matrix} x & 1 \\ \boxed{4} & \boxed{-5} \end{matrix}$$

$$r \quad \begin{matrix} 1 & x & x^2 \\ \boxed{-15} & \boxed{22} & \boxed{-13} \end{matrix}$$

一维卷积

- $p(x) = 3 - 2x + x^2, \quad q(x) = -5 + 4x$



数学定义

- $v = (v_1, \dots, v_m)', w = (w_1, \dots, w_n)'$
- $r = v * w$
- $r_i = \sum_{k=-\infty}^{\infty} v_k w_{i-k+1}$
- 没有定义的元素用 0 代替

延伸学习

- <https://www.bilibili.com/video/BV1JX4y1K7Dr/>

活动作品 卷积究竟卷了啥? ——17分钟了解什么是卷积
112.8万播放 · 3344弹幕 · 2021-01-22 20:00:14 全站排行榜最高第44名

信号与系统 基本变换部分 偏微分 喜 数学物理方法 苏格兰风味
系统 卷积码 概率论 卷积公式 懂了, 卷积能吃
高等数学 第一次见是在概率论里边 信号与系统双鱼
电子信息太熟悉了

🤔

视频只能为理解卷积的概念提供思路
但经不起严谨的推敲

bilibili

视频中会有多个思考环节

二维卷积

1	2	3	4
5	6	7	8
9	-1	-2	-3
-4	-5	-6	-7

V

W

0.1	0.2	0.3
0.4	0.5	0.6
0.7	0.8	0.9

卷积核
(convolutional kernel) /
滤波器
(filter)

二维卷积

0	0	0	0	0	0
0	1	2	3	4	0
0	5	6	7	8	0
0	9	-1	-2	-3	0
0	-4	-5	-6	-7	0
0	0	0	0	0	0

V

W

0.1	0.2	0.3
0.4	0.5	0.6
0.7	0.8	0.9

W'

0.9	0.8	0.7
0.6	0.5	0.4
0.3	0.2	0.1

二维卷积

0 0.9	0 0.8	0 0.7	0	0	0
0 0.6	1 0.5	2 0.4	3	4	0
0 0.3	5 0.2	6 0.1	7	8	0
0	9	-1	-2	-3	0
0	-4	-5	-6	-7	0
0					0

V

0			

R

二维卷积

0	0	0	0	0
0	0.9	0.8	0.7	0
1	2	3	4	0
0	0.6	0.5	0.4	0
5	6	7	8	0
0	0.3	0.2	0.1	0
9	-1	-2	-3	0
0	-4	-5	-6	-7
0	0	0	0	0

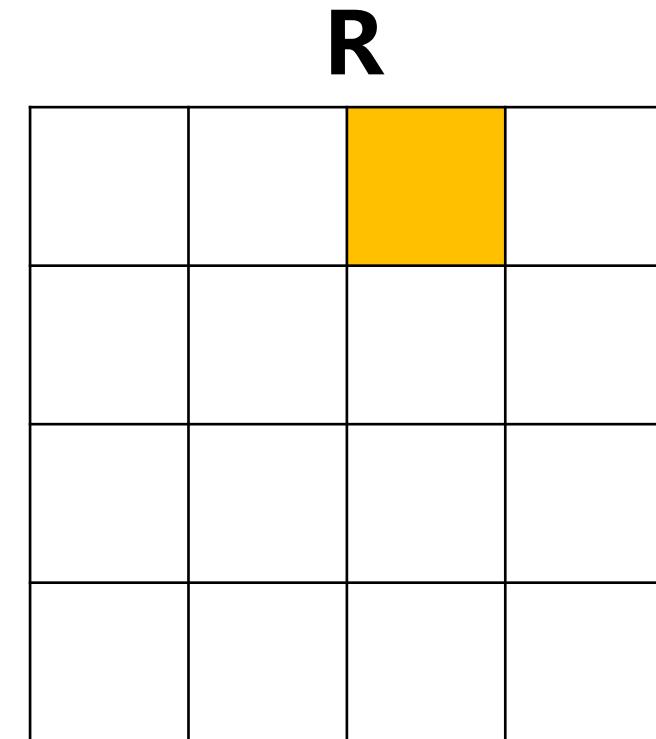
V

R

二维卷积

0	0	0	0	0	0
1	2	3	4	0.9	0.8
5	6	7	8	0.6	0.5
9	-1	-2	-3	0.3	0.2
-4	-5	-6	-7	0.1	
0	0	0	0	0	0

V



二维卷积

0	0	0	0	0	0
1	2	3	4	0	0.7
5	6	7	8	0	0.4
9	-1	-2	-3	0	0.1
-4	-5	-6	-7	0	0
0	0	0	0	0	0

V

			R

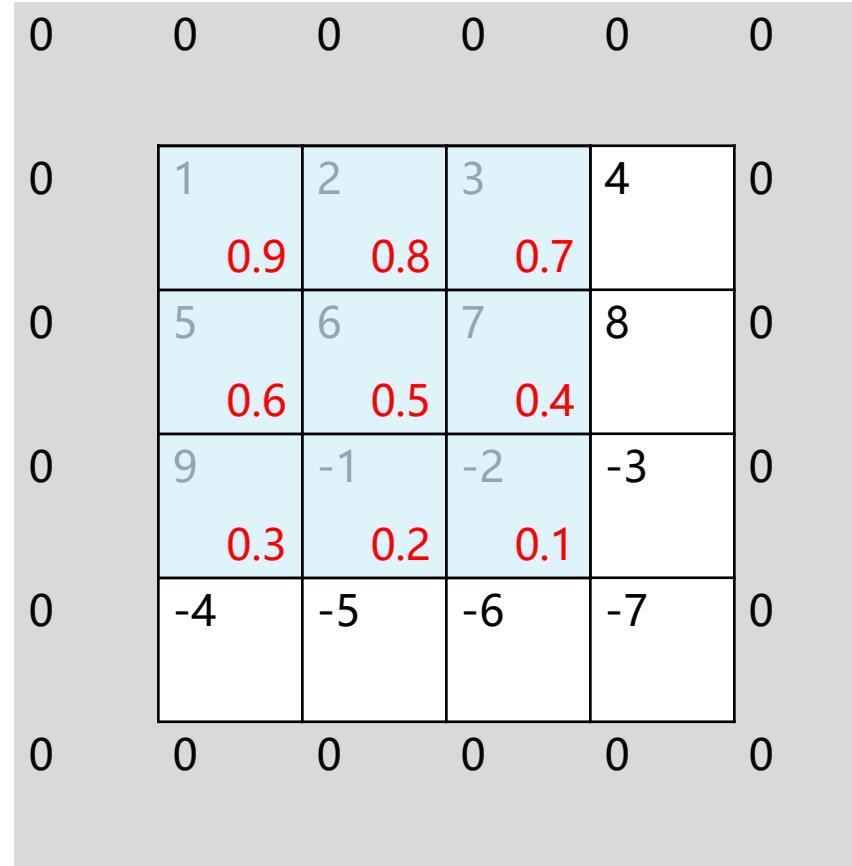
二维卷积

0	0	0	0	0	0
0	1	2	3	4	0
0.9	0.8	0.7			0
0	5	6	7	8	0
0.6	0.5	0.4			0
0	9	-1	-2	-3	0
0.3	0.2	0.1			0
0	-4	-5	-6	-7	0
0	0	0	0	0	0

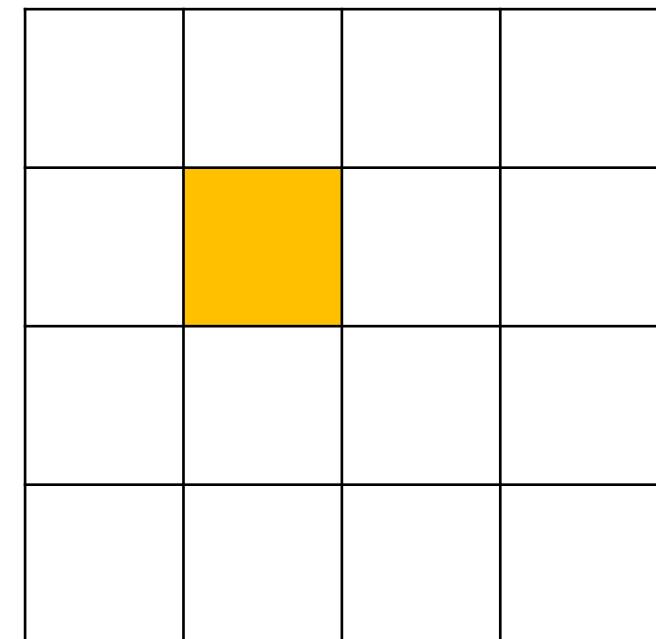
V

R

二维卷积



R



V

二维卷积

0	0	0	0	0	0
1	2	3	4	0.9	0.8
5	6	7	8	0.6	0.5
9	-1	-2	-3	0.3	0.2
-4	-5	-6	-7	0.1	
0	0	0	0	0	0

V

R

二维卷积

0	0	0	0	0	0
1	2	3	4	0	0.7
5	6	7	8	0	0.4
9	-1	-2	-3	0	0.1
-4	-5	-6	-7	0	0
0	0	0	0	0	0

V

R

二维卷积

0	0	0	0	0	0
0	1	2	3	4	0
0	5	6	7	8	0
0.9	0.8	0.7			0
0	9	-1	-2	-3	0
0.6	0.5	0.4			0
0	-4	-5	-6	-7	0
0.3	0.2	0.1			0
0	0	0	0	0	0

V

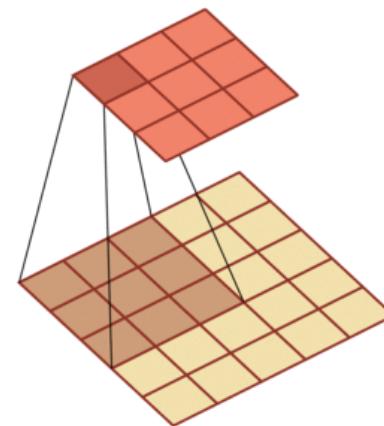
R

二维卷积

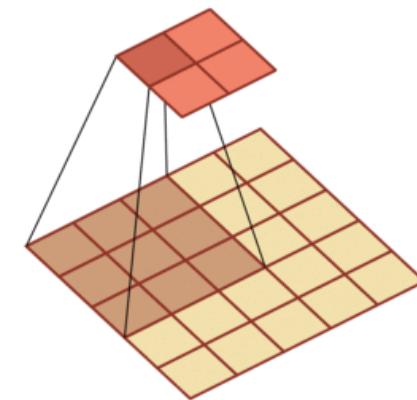
- 二维卷积有不同的类型
- 取决于步长和补零的数量
- 输出大小相应变化

二维卷积

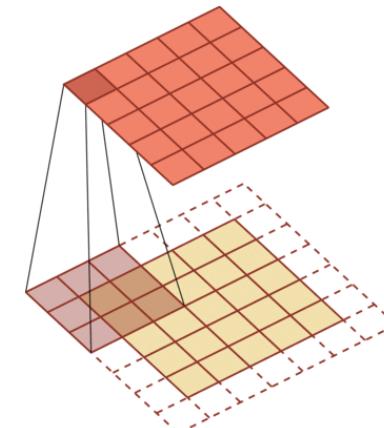
本页图片取自邱锡鹏
《神经网络与深度学习》



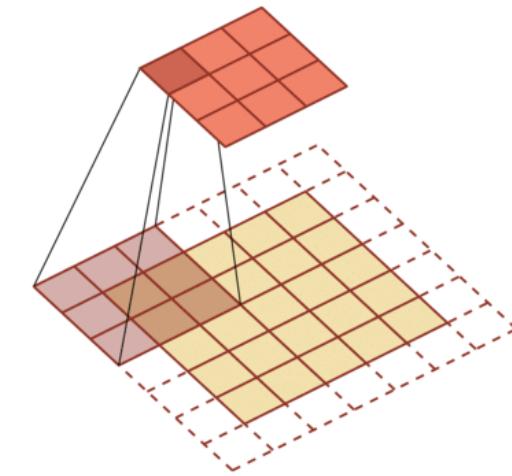
步长1，零填充0



步长2，零填充0



步长1，零填充1



步长2，零填充1



卷积有什么用？

卷积的应用

- 与深度学习直接相关
 - 提取图片特征
- 与概率统计直接相关
 - 滑动平均
 - 核密度估计
 - 随机变量之和的分布
- 其他
 - 信号处理
 - 整数乘法、多项式乘法

卷积与 图像处理

- 卷积是提取图形特征的一种工具
- 参见 [lec6-conv2d.ipynb](#)

卷积神经网络

回顾

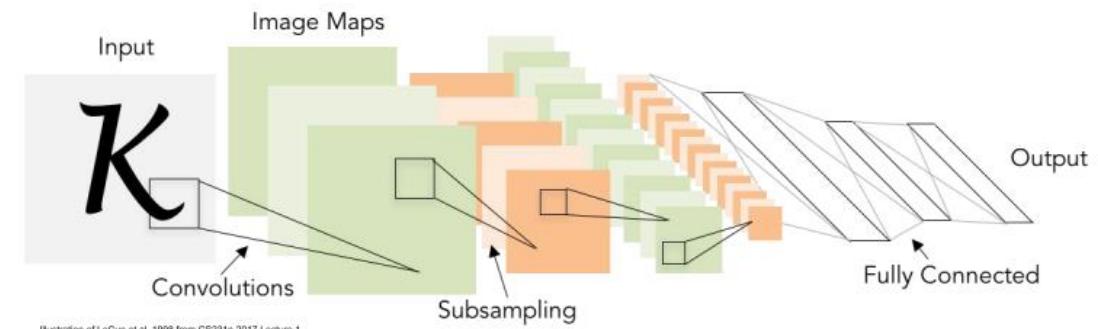
- 前馈神经网络
- 实现简单
- 通用近似
- 计算高效
- 为什么还不够好?

前馈神经网络

- 数据维度高时参数很多
- 对于图片的缩放、平移、旋转等操作较敏感
- 难以提取图片的局部信息

卷积神经网络

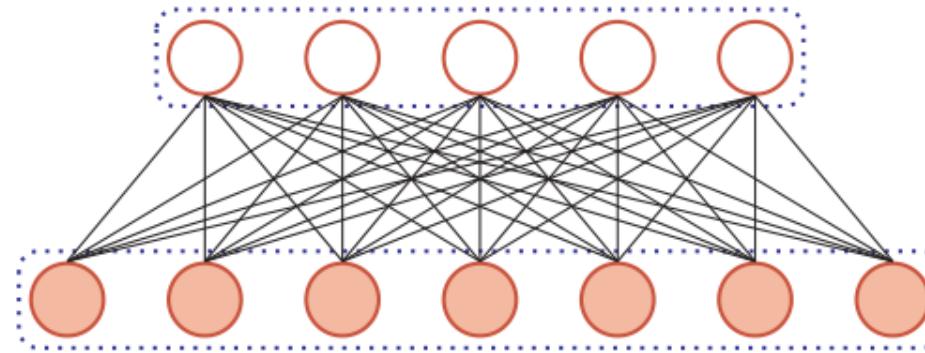
- Convolutional neural network
- CNN/ConvNet



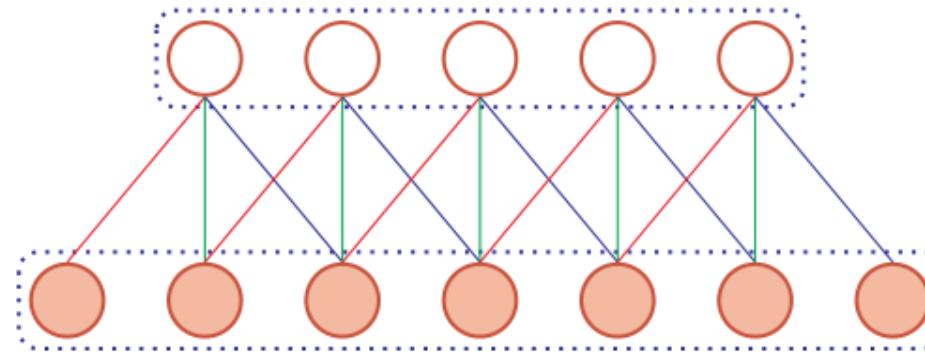
卷积神经网络

本页图片取自邱锡鹏
《神经网络与深度学习》

- 简而言之，CNN 是利用了卷积操作的神经网络结构
- 用**卷积层**替换全连接层



(a) 全连接层

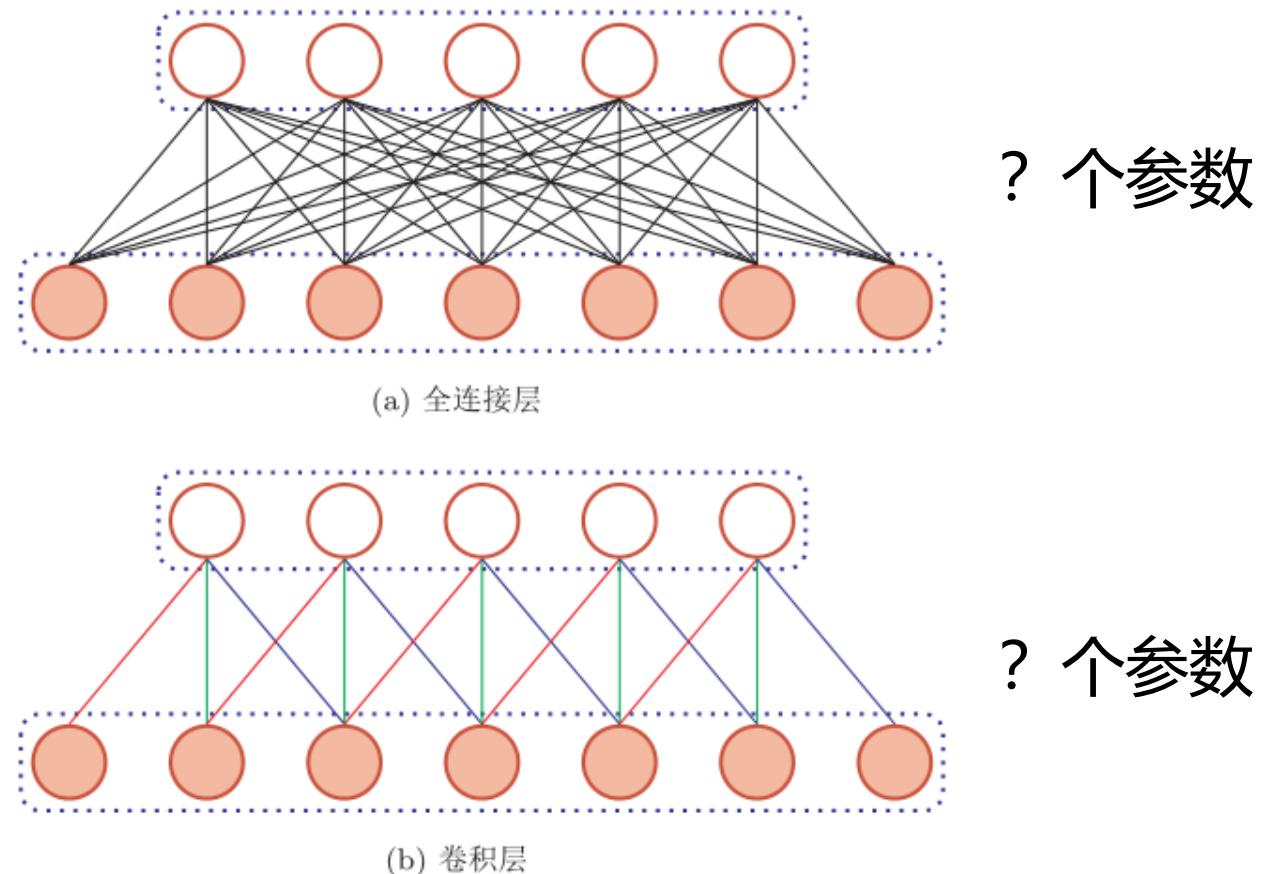


(b) 卷积层

卷积层

本页图片取自邱锡鹏
《神经网络与深度学习》

- 局部连接
- 权重共享



卷积层

- 卷积核作为待估参数（可学习参数）
- 输入：图片数据 $[N \times H_{in} \times W_{in} \times C_{in}]$
- 输出：特征映射（feature map）
 $[N \times H_{out} \times W_{out} \times C_{out}]$
- 某一层输出的特征映射（经过激活函数作用后）可以作为下一层的输入

注意事项

- 对于原始图片， C_{in} 通常有明确的实际意义
- 如灰度图片 $C_{in} = 1$ (单个通道)
- 彩色图片有红绿蓝 (RGB) 三个通道，
 $C_{in} = 3$
- 经过处理后的特征映射 C_{out} 可以任意指定，只具有抽象的意义

注意事项

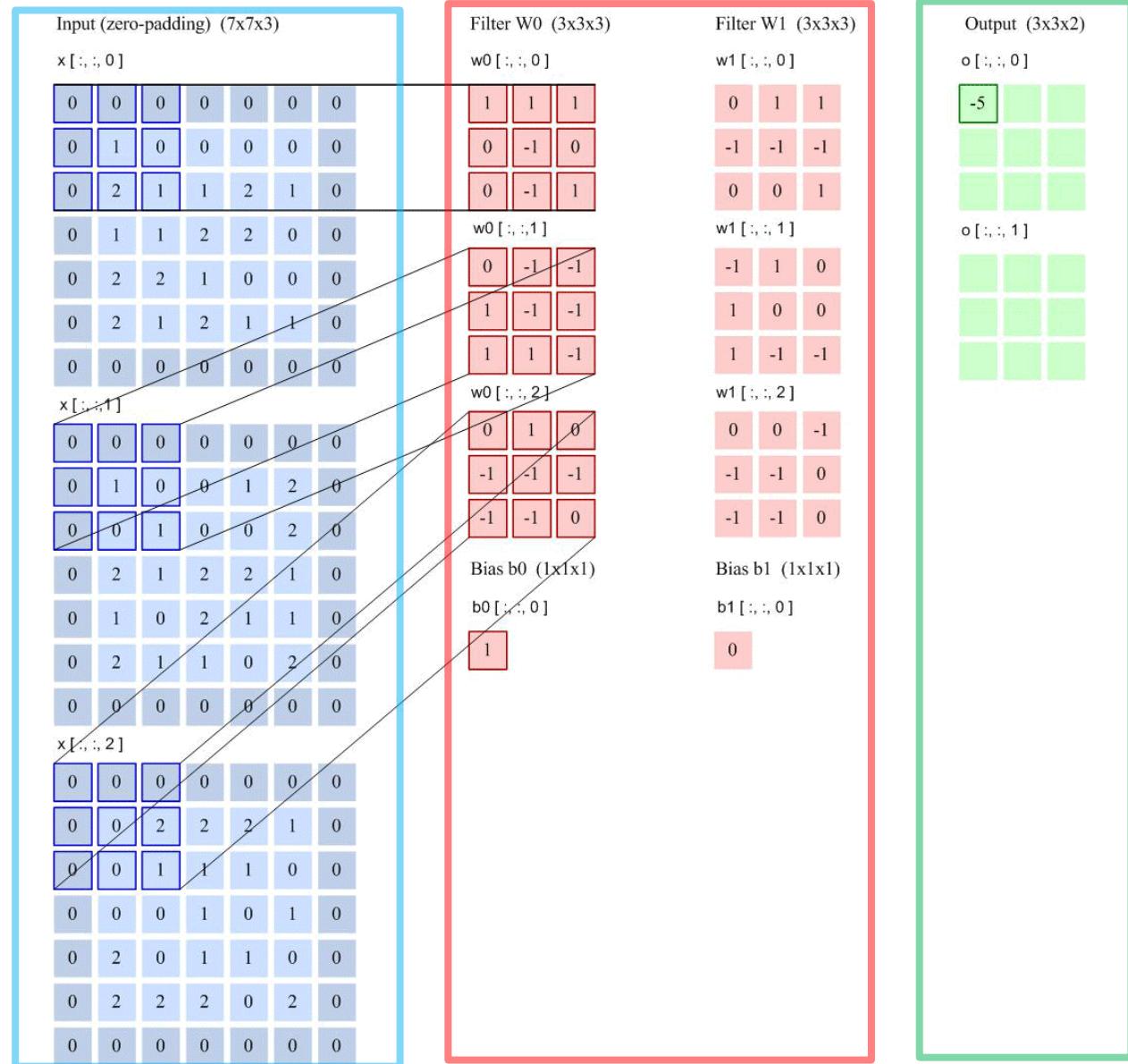
- 不同的软件框架可能采用不同的数据格式
- Tensorflow 采用 $[N \times H \times W \times C]$
- PyTorch 采用 $[N \times C \times H \times W]$
- MXNet 可以设定参数在两种格式中选择

注意事项

- 将 $[N \times H_{in} \times W_{in} \times C_{in}]$ 的输入变换为 $[N \times H_{out} \times W_{out} \times C_{out}]$ 的输出，共需要 $C_{in} \times C_{out}$ 个卷积核
- 卷积核的类型和大小决定了 $H_{in} \times W_{in}$ 和 $H_{out} \times W_{out}$ 之间的对应关系

一般形式

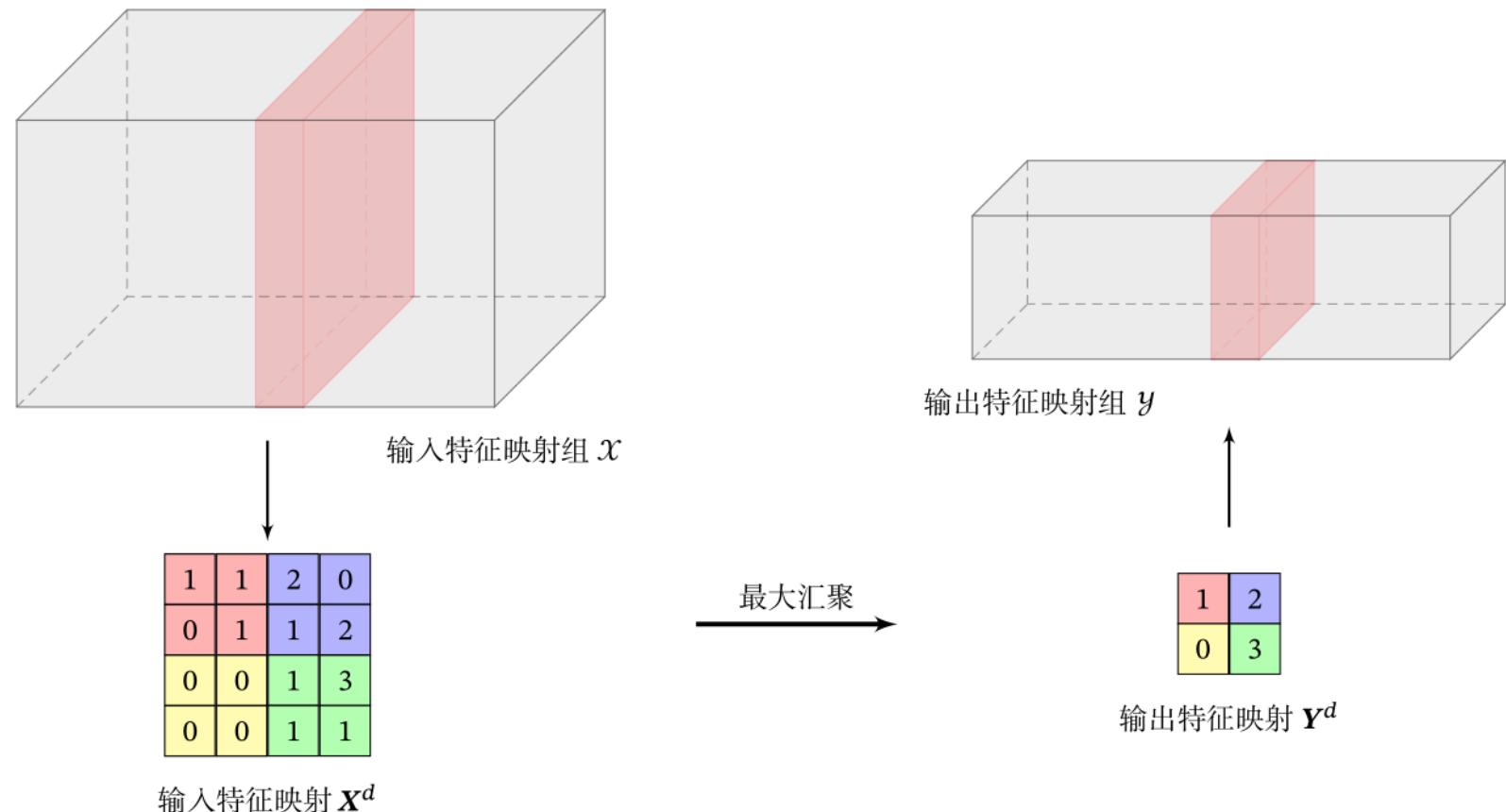
本页图片取自邱锡鹏
《神经网络与深度学习》



汇聚层

本页图片取自邱锡鹏
《神经网络与深度学习》

- 早期的 CNN 中通常还会加入一些汇聚层 (pooling layer, 或称池化层)
- 用来快速减少神经元的数目



汇聚层

- 当前，汇聚层有被步长 >1 的卷积层替代的趋势

LeNet-5

- LeNet-5 是一个早期的 CNN 架构
- 结合了卷积层、汇聚层和全连接层
- 结合手写识别数据MNIST，成为了经典的 CNN 入门模型

