

# 《常微分方程》教学大纲

(2025—2026 年第 1 学期)

课程：常微分方程

课程序号：0392

课程代码：105302

授课教师：王利利

答疑时间：预约或周二下午 15:00-16:00

办公室：红瓦楼 705 室

E-mail: wang.lili@mail.shufe.edu.cn

课程类别：通识模块四

课程安排说明：2025 年 9 月 8 日—2025 年 11 月 26 日

上课时间：周一下午 13:20-15:00，周三上午 10:05-11:45

授课地点：二教 214

课程调整：10 月 1 日、10 月 6 日(国庆节、中秋节休假) 课程内容顺延)

期终考试时间：2025 年 12 月 1 日-2025 年 12 月 26 日之间

## 教学学时分配表

学分	总学时	理论教学学时	实践教学学时	实验教学学时
3	48	48	0	0

课件网址：<https://canvas.shufe.edu.cn/courses/35042>

## 教材和参考书目：

指定教材：《常微分方程》(第二版)张晓梅，张振宇，张立柱主编，复旦大学出版社，2016 年 6 月；

《常微分方程学习指导与习题解答》张晓梅，张振宇，张立柱主编，复旦大学出版社，2016 年 6 月。

## 参考书目：

1. 丁同仁，李承治. 常微分方程教程（第二版）. 高等教育出版社，2004
2. 窦霁虹. 常微分方程考研教案. 西北工业大学出版社，2006
3. 庄万. 常微分方程习题解. 山东科学技术出版社，2003 年 9 月
4. 孙清华. 常微分方程内容、方法与技巧. 华中科技大学出版社，2006

## 预备知识

数学分析，高等代数

先修课程：《数学分析》，《高等代数》

## 课程达成目标：

从数学发展史看，微分方程不仅是分析数学联系实际问题的桥梁，而且是体现分析

数学的众多重要思想的窗口。微分方程研究的主要内容是如何求解微分方程和解的适定性问题（各种属性），它是分析数学系列课程以及数学专业与应用数学专业其他后继课程的重要基础。通过该课程的学习，一方面使学生理解常微分方程的基本概念，掌握常微分方程的基本理论和各种基本微分方程的求解方法，为后继课程打下扎实的基础；另一方面使学生对如何建立微分方程模型去解决实际问题，尤其是经济、金融等领域中的问题有深刻的认识。因此，在该课程的学习中，应着重培养学生的理论分析能力、计算推导能力、分析比较能力等，培养利用所学知识解决实际问题的能力。

在本课程的教学教学中可穿插思政内容，将马克思主义基本原理应用于教学实践，可以培养学生正确的思想道德观，帮助学生更深入地思考问题的本质和背后的意义，树立正确的人生观和价值观。例如，在初等积分法的学习中，可以引导学生更加深刻地理解事物的发展总是由低级到高级、由简单到复杂的唯物辩证法的发展观；在解的适定性理论的学习中，通过介绍多位数学家所作出的不懈努力，启发学生遇到困难和挫折时不要轻易放弃，培养学生的坚韧意志和毅力；在一阶线性微分方程组的学习中，可穿插个人与集体的关系的思政元素，培养学生的集体主义精神和团队合作意识；等等。

### 课程设置知识要求：

通过本课程的学习，要使学生获得：1、初等积分法求解一阶微分方程的思路与方法，包括分离变量法、变量替换法、常数变易法、积分因子法和参数法等；2、一阶方程初值问题解的存在唯一性定理和解的延拓定理的内容、证明方法和思路，并初步了解解对初值的连续依赖性和可微性定理等基本理论；3、高阶线性方程的解的结构和性质，以及常系数高阶线性方程的求解方法；4、一阶线性方程组的解的结构与性质；5、常系数一阶方程组的求解方法；6、稳定性理论初步；7、差分方程的求解。为今后学习相关后继课程和进一步获取数学知识和经济数学等方面技能奠定必要的理论和方法基础。

### 课程设置能力要求：

课程授课方式是板书与PPT讲解相结合。通过讲解各种微分方程、方程组的求解思路与方法，介绍常微分方程中最基本的理论和方法，引导和训练学生灵活处理各种方程问题。

授课过程中通过一些经济、社会、金融领域中的应用实例的讲解，加强学生应用意识的培养，提高学生解决实际问题的能力。

存在唯一性定理是常微分方程中最基本的理论，对逐步逼近法的思路进行剖析、逻辑推理、内涵阐述及知识拓展，为有兴趣的学生提供进一步学习的线索，也给有能力的学生提供发挥学习潜能的空间。组织学生通过小组讨论的方式，运用存在唯一性定理研究特殊方程的解存在与唯一性，培养和锻炼学生团队合作的精神。

同学们最好在课前进行预习，课堂上老师将着重于如何解决问题。如果同学们事先阅读了相关章节，这将有助于同学们理解讲课的内容。

### 考核形式：

期末考试采用闭卷方式，学生的最后的总分计算方法如下：

课堂表现、课后作业、随堂测验	30%
期末考试	70%

不定期的随堂考试需要大约10分钟左右，所以不要迟到或逃课。课后作业包括讲义所含相关章节的全部课后习题。如果抄袭书后答案将被给予0分。作业必须在指定日期的上课之前交上来。

### 试卷结构：

填空题	20-30%
计算题	40-50%
综合题	10-20%
证明题	10-20%

### 学术诚实

涉及学生的学术不诚实问题主要包括考试作弊；抄袭；伪造或不当使用在校学习成绩；未经老师允许获取、利用考试材料。对于学术不诚实的最低惩罚是考试给予 0 分。其它的惩罚包括报告学校相关部门并按照有关规定进行处理。

## 常微分方程课程教学要点 教学大纲

### 第一章 绪论 （2 课时）

§1.1 微分方程模型	1
§1.2 常微分方程的基本概念	1

#### 教学目标：

- (1) 了解建立微分方程模型的过程；
- (2) 掌握微分方程的基本概念；
- (3) 掌握如何判别一个函数是否是微分方程的解，以及已知微分方程的通解，能求出满足初始条件的特解。

#### 能力目标：

- (1) 通过介绍常微分方程在社会、经济和金融等领域的实际问题，培养理论联系实际的能力；
- (2) 通过微分方程的建模，训练抽象思维能力。

**【本章教学重难点】：**理解微分方程的通解、特解及其关系。

#### **【课程思政元素】：**

- (1) 通过微分方程在核物理等领域的应用，结合两弹一星精神，培养学生的爱国主义情怀；
- (2) 通过微分方程描述传染病、疫情防控等模型，展示数学服务国家战略的实践，深化社会责任意识。

### 第二章 初等积分法 （8 课时）

§2.1 分离变量法	2
§2.2 变量替换法	2
§2.3 积分因子法	2
§2.4 参数法	2

### 教学目标:

- (1) 掌握求解一阶微分方程常用的四种方法: 分离变量法、变量替换法、积分因子法和参数法;
- (2) 熟练求解常见的一阶微分方程;
- (3) 深入理解变量替换法求方程解的思想;
- (4) 了解一阶微分方程在经济中的丰富的应用实例。

### 能力目标:

- (1) 通过求解微分方程, 训练计算推导能力;
- (2) 通过几种方程解法的比较, 训练分析比较能力;
- (3) 结合其他课程的相关内容, 训练应用理论解决问题的能力。

**【本章教学重难点】:** 常数变易法; 全微分方程的求解方法; 参数法求解一阶隐式方程的方法。

### 【课程思政元素】:

- (1) 从“变量分离”解法引申化繁为简的思维, 关联“抓住主要矛盾”的哲学方法论;
- (2) 通过初等积分法的学习, 引导学生更加深刻地理解事物的发展总是由低级到高级、由简单到复杂的唯物辩证法的发展观。

## 第三章 定解问题与适定性 (8 课时)

§3.1 Picard 存在唯一性定理	4
§3.2 解的延拓	2
§3.3 比较定理与 Gronwall 不等式	1
§3.4 解对初值与参数的连续性与可微性	1

### 教学目标:

- (1) 深入理解微分方程初值问题的 Picard 存在唯一性定理;
- (2) 理解解的延拓定理、解对初值的连续依赖性和可微性定理等基本理论;
- (3) 掌握求一阶微分方程第  $n$  次近似解的方法。

### 能力目标:

- (1) 通过理论证明, 训练批判性思维;
- (2) 从多角度深入理解微分方程初值问题的解的存在唯一性定理, 训练多角度、多层面的分析比较能力。

**【本章教学重难点】:** 解的存在唯一性定理; 解的延拓定理; 一阶微分方程的第  $n$  次近似解。

### 【课程思政元素】:

- (1) 通过介绍多位数学家所作出的不懈努力, 启发学生遇到困难和挫折时不要轻易放弃, 培养学生的坚韧意志和毅力。
- (2) 通过解的存在唯一性理论的发展过程, 鼓励学生在关键核心技术攻坚中要发扬钉钉子的精神, 以钉钉子的钻劲攻克卡脖子理论难题。

## 第四章 高阶微分方程（10+2 课时）

§4.1 高阶微分方程的降阶法	2
§4.2 高阶线性微分方程的一般理论	4
§4.3 常系数齐次线性微分方程的待定指数函数法	2
§4.4 常系数非齐次线性微分方程的待定系数法	2

### 教学目标：

- （1）了解高阶线性微分方程解的存在唯一性定理；
- （2）掌握高阶线性微分方程的一般理论；
- （3）掌握 Liouville 公式、常数变易法；
- （4）重点掌握求解常系数齐次线性微分方程的待定指数函数法和求解常系数非齐次线性微分方程的待定系数法。

### 能力目标：

- （1）通过类比线性齐次与非齐次微分方程解的结构，培养类比引申能力；
- （2）通过微分方程的推导理解变量间的动态关系，培养逻辑推理能力。

【本章教学重难点】：高阶线性微分方程解的结构；Liouville 公式；待定指数函数法；常数变易法和待定系数法。

### 【课程思政元素】：

- （1）在讲解欧拉方程时，融入数学家欧拉在失败中求索的案例，培养抗挫折能力；
- （2）通过方程通解与特解的关系，阐释普遍性与特殊性的辩证统一。

## 第五章 一阶线性微分方程组（8 课时）

§5.1 一阶线性微分方程组的一般理论	4
§5.2 一阶常系数线性微分方程组	4

### 教学目标：

- （1）了解一阶线性微分方程组与高阶线性微分方程的关系；
- （2）掌握线性微分方程组的一般理论；
- （3）熟练掌握 Liouville 公式、常数变易法和求常系数齐次线性微分方程组的基解矩阵的空间分解法、待定系数法。

### 能力目标：

- （1）通过理论学习，训练分析能力和逻辑思维能力；
- （2）通过计算求解，培养学生的计算能力。

【本章教学重难点】：一阶线性微分方程组的解的结构；Liouville 公式；基解矩阵；待定系数法；空间分解法。

### 【课程思政元素】：

- （1）在一阶线性微分方程组的学习中，可融入个人与集体的关系，培养学生的集体主义

- 精神和团队合作意识；
- (2) 培养学生坚持不懈的探索精神，引导学生培养科研素养。

## 第六章 稳定性理论 (6+2 课时)

§6.1 平面自治系统	2
§6.2 Lyapunov 稳定性	2
§6.3 Lyapunov 直接方法	2

### 教学目标：

- (1) 了解自治系统的定义，平面自治系统的奇点类型；
- (2) 掌握微分方程稳定性概念及 Lyapunov 稳定性判别法。

### 能力目标：

- (1) 通过稳定性的理论学习，培养对系统长期行为的逻辑推理能力；
- (2) 掌握相图、奇点等定性分析方法，提升对非线性系统动态的直观理解能力。

**【本章教学重难点】：** 奇点的分类；Lyapunov 稳定性；Lyapunov 函数的构造方法。

### 【课程思政元素】：

- (1) 用稳定性理论类比生态系统的平衡性，引申“可持续发展”的理念；
- (2) 引导学生理解数学服务社会的价值，培养科技报国使命感。

## 第八章 差分方程 (2 课时)

§8.1 差分 and 差分方程的概念	1
§8.2 常系数线性差分方程的求解	1

### 教学目标：

- (1) 了解差分方程的基本概念；
- (2) 掌握线性差分方程解的结构，以及一阶、二阶常系数线性差分方程解的解法。

### 能力目标：

- (1) 通过与微分方程的求解方法进行类比，训练类比引申的能力；
- (2) 通过计算求解，训练计算能力和逻辑思维能力。

**【本章教学重难点】：** 一阶常系数线性差分方程求解；二阶常系数线性差分方程求解。

### 【课程思政元素】：

- (1) 通过储蓄消费模型（一阶差分方程），引导学生计算方案，培养金融素养与社会责任感；
- (2) 通过生态、经济等领域的真实问题激发学生深度思考，在提升数学能力的同时注重科学思维与价值观的双重引导。

# 上海财经大学 2025—2026 学年第一学期教学进度表

数学学院 数学与应用数学 专业 2022 级 财经数学实验 班 课程名称《常微分方程》

总学时 48 本学期安排学时数 48 (其中讲课 44 学时, 课堂练习、讨论 4 学时, 其他 0 学时)

讲课教师 王利利 辅导教师 王利利

周次	月/ 日~ 月/ 日	讲 课		课堂练习、讨论及课外作业	
		时数	内 容	时数	内 容
1	9 月/ 8 日~ 9 月/ 14 日	4	第一章 绪论 微分方程模型 常微分方程的基本概念 第二章 初等积分法 分离变量法 齐次方程 可化为齐次的方程		P11, 习题 1.2, 3-5 题; P18, 习题 2.1, 1 (3), 3, 5, 6。
2	9 月/ 15 日~ 9 月/ 21 日	4	一阶线性方程 Bernoulli 方程 全微分方程		P37, 习题 2.2, 1 (3) (4) (8) (9) (10) (11) (13) - (16), 3, 4; P53, 习题 2.3, 1 (2) (4) (6), 2 (3), 3 (2) (4), 8, 9。
3	9 月/ 22 日~ 9 月/ 28 日	4	积分因子 特殊积分因子的寻求 参数法 第三章 一阶常微分方程初值问题解的存在唯一性 Picard 存在唯一性定理		P62, 习题 2.4, 1 (2) (3), 2 (1) (3)。
4	9 月/ 29 日~ 10 月/ 5 日	4	Picard 存在唯一性定理的解释与说明 解的延拓		P77, 习题 3.1, 5, 6; P85, 习题 3.3, 1, 2, 6。
5	10 月/ 6 日~ 10 月/ 12 日	4	比较定理与 Gronwall 不等式 解对初值与参数的连续性		P93, 习题 3.4, 2, 3。 P105, 习题 4.1, 1 (3) (6), 2 (1), 4。

周次	月/ 日~ 月/ 日	讲 课		课堂练习、讨论及课外作业	
		时数	内 容	时数	内 容
			与可微性 第四章 高阶微分方程 高阶微分方程的降阶法		
6	10 月/13 日~ 10 月/19 日	4	齐次线性方程解的结构 非齐次线性方程解的性质 常数变易法		P120, 习题 4.2, 1 (3), 5, 6, 7, 8, 9, 11, 12。
7	10 月/20 日~ 10 月/26 日	4	Liouville 公式及应用 常系数齐次线性方程的待定指数函数法 常系数非齐次线性方程的待定系数法 欧拉方程		P131, 习题 4.3, 1, 3, 4, 8 (2) (4); P138, 习题 4.4, 1 (2) (3) (7) (8), 2 (3) (6), 3, 5.
8	10 月/27 日~ 11 月/2 日	2	第五章 一阶线性微分方程组 一阶线性微分方程组的基本概念 一阶齐次线性微分方程组解空间的结构	2	第四章总结讨论  P166, 习题 5.1, 1 (4), 5.
9	11 月/3 日~ 11 月/9 日	4	基解矩阵的性质 一阶非齐次线性微分方程组解集的性质 矩阵指数函数 $\text{Exp}(At)$ 常系数齐次线性微分方程组的解法		P166, 习题 5.1, 6, 7, 11, 12。
10	11 月/10 日~ 11 月/16 日	4	待定系数法、空间分解法 常数变易法 第六章 稳定性理论 平面自治系统		P187, 习题 5.2, 3(3)(6)(10), 5, 6, 8, 9. P201, 习题 6.1, 1 (2) (5), 2。
11	11 月/17 日~ 11 月/23 日	4	奇点的分类 Lyapunov 稳定性 Lyapunov 直接方法		P213, 习题 6.2, 1 (1) (5), 4 (2) (6); P224, 习题 6.3, 2, 3; P235, 习题 6.4, 2, 4.



周次	月/ 日～ 月/ 日	讲 课		课堂练习、讨论及课外作业	
		时数	内 容	时数	内 容
12	11 月/ 24 日～ 11 月/ 30 日	2	第八章 差分方程 差分 and 差分方程的概念 常系数线性差分方程的求解	2	第六章总结讨论 P278, 习题 8.1, 1 (2) (3), 2 (1); P288, 习题 8.4, 1 (1) (3), 2 (1) (4), 3 (3) .

周次	月/ 日～ 月/ 日	期末考核
		考核方式
13-16	12 月/1 日～ 12 月/28 日	闭卷考试
指定教材和教学参考书		<b>使用的教材:</b> 《常微分方程》(第二版)与配套习题集, 张晓梅等编, 复旦大学出版社, 2016 年 6 月. <b>参考书:</b> 1. 丁同仁, 李承治. 常微分方程教程 (第二版). 高等教育出版社, 2004. 2. 窦霁虹. 常微分方程考研教案. 西北工业大学出版社, 2006. 3. 庄万. 常微分方程习题解. 山东科学技术出版社, 2003 年 9 月. 4. 孙清华. 常微分方程内容、方法与技巧. 华中科技大学出版社, 2006.

教研室主任: