

作业三

姓名_____学号_____

1. 计算 A^m , m 为正整数, 其中

$$A = \begin{pmatrix} a & c \\ 0 & b \end{pmatrix}.$$

2. 设 A 是实数域上的矩阵, 求实数域上与 A 可交换的所有矩阵, 其中

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

3. 设 A 是域 P 上的 n 级矩阵,令

$$f(x) = a_mx^m + a_{m-1}x^{m-1} + \cdots + a_1x + a_0, a_i \in P, i = 0, 1, \cdots, n.$$

定义

$$f(A) = a_mA^m + a_{m-1}A^{m-1} + \cdots + a_1A + a_0E_n, a_i \in P, i = 0, 1, \cdots, n.$$

设 $f(x) = 3x^2 - 2x + 4$, 求 $f(A)$, 其中

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & -4 & 1 \\ 3 & -5 & 2 \end{pmatrix}.$$

4. 设 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$. 证明: $A^2 - (a+d)A + ad - bc = 0$.

5. 设 m 是正整数, A 为 n 阶方阵. 求 A^m ,

$$A = \begin{pmatrix} a & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & a & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & a & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & a \end{pmatrix}.$$