

三、计算题

1. 判断 $\alpha_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \\ -4 \end{pmatrix}$, $\alpha_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\alpha_3 = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$ 的线性相关性。

2. 设 $\alpha_1, \dots, \alpha_s$ 线性无关, 且

$$\beta_1 = a_{11}\alpha_1 + \dots + a_{1s}\alpha_s,$$

$$\dots \dots \dots \dots \dots ,$$

$$\beta_s = a_{s1}\alpha_1 + \dots + a_{ss}\alpha_s.$$

证明: β_1, \dots, β_s 线性无关的充分必要条件为行列式 $|a_{ij}| \neq 0$.

3. 设向量组 $\alpha_1, \dots, \alpha_s$ 线性无关, $\beta = l_1\alpha_1 + \dots + l_s\alpha_s$. 如果 $l_i \neq 0$, 那么用 β 替换 α_i 以后得到的向量组 $\alpha_1, \dots, \alpha_{i-1}, \beta, \alpha_{i+1}, \dots, \alpha_s$ 也线性无关。