

作业八

姓名_____学号_____

一、简答题

1. 什么是矩阵的合同关系?
2. n 级实对称矩阵组成的集合有多少个合同类?
3. n 级复对称矩阵组成的集合有多少个合同类?

二、计算题

1. 求下列二次型的标准形，并给出所经过的非退化线性替换。

$$(1) f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 2x_2^2 - x_3^2 + 2x_1x_2 - 2x_1x_3$$

$$(2) f(x_1, x_2, x_3, x_4) = 2x_1x_2 - 2x_3x_4$$

$$(3) f(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3 + x_3x_4$$

三、 设 $i_1, i_2, \dots, i_n$ 是 $1, 2, \dots, n$ 的一个排列，证明矩阵 A 与 B 合同：

$$A = \begin{pmatrix} a_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & a_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & a_n \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} a_{i_1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & a_{i_2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & a_{i_n} \end{pmatrix}.$$