

作业七

姓名_____学号_____

一、简答题

1. 什么是向量组的极大线性无关组?
2. 写出齐次线性方程组的行列式的值与解的联系。
3. 设 A, B 是同型矩阵, 证明 $r(A + B) \leq r(A) + r(B)$.

二、计算题

1. 求下列矩阵的秩，并求出列向量组的一个极大线性无关组，并把其它向量用极大无关组的向量表示出来

$$(1) A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 0 & 1 \\ -1 & -3 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & -4 & 5 \\ 4 & 1 & -2 & 1 \end{pmatrix},$$

$$(2) A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 & -7 \\ 0 & -1 & -3 & 4 \\ 5 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 4 & 1 & -11 \end{pmatrix}.$$

三、证明1. 设 A, B 分别是属于 P 上的 $a \times n, m \times n$ 矩阵, 证明

$$\text{rank} \begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} \leq \text{rank}(A) + \text{rank}(B).$$

2. 证明: 如果一个 n 级矩阵 A 至少有 $n^2 - n + 1$ 个元素为0, 则 A 不是满秩矩阵。