

4. 证明一个线性变换如果可逆, 则其逆变换也是线性变换.

三、综合题

1. 设 $\Phi_a : f(x) \mapsto f(x + a)$ 是线性空间 $P[x]$ 上的一个映射, 其中 $a \in P$ 。试判断 Φ_a 是不是 $P[x]$ 上的线性变换?

2. 设 P 是数域, $B, C \in M_n(P)$. 证明: $\Phi(X) = BXC$ 是 $M_n(P)$ 上的线性变换。

3. 设 Φ, Ψ 是线性空间 V 上的幂等变换, 证明 $\Phi + \Psi$ 是幂等变换当且仅当 $\Phi\Psi = \Psi\Phi = 0$ 。