

作业六

姓名_____学号_____

一、判断题

1. 特征值可以是数域中非零的任意数。()
2. n 阶方阵的特征值必有 n 个(含重数)。()
3. 相似矩阵的特征多项式一定相同。()
4. n 阶方阵的特征向量有 n 个。()
5. 零向量不是特征向量。()

二、简答题

1. 什么是特征多项式?
2. 什么是特征子空间, 特征子空间中的每个向量都是特征向量吗?
3. 叙述哈密尔顿-凯莱定理, 并简述其意义。

三、综合题

1. 设 ϕ 是线性空间 V 上的可逆线性变换, 证明(1)0不是 ϕ 的特征值。(2)若 λ 是 ϕ 的特征值, 则 λ^{-1} 是 ϕ^{-1} 的特征值。
2. 设 A 为3阶实对称方阵, 其3个特征值为 $-1, 1, 1$. 且已知 A 的属于特征值 -1 的特征向量为 $(0 \ 1 \ 1)^T$, 求矩阵 A .

3. 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, 证明 $n \leq 3$ 时, 有 $A^n = A^{n-2} + A^2 - E$. 并求 A^{100} .

4. 设 $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, 且 A^{-1} 的一个特征向量为 $(1 \ a \ 1)$, 求 a 的值.