

《数值逼近》教学大纲

学 时：48 学 分：3 学分

讲课学时：48 考核方式：上机测验与闭卷考试

授课对象：计算数学本科生

教 材：《数值分析》，刘可伋，徐定华等编，高等教育出版社，2025

课程网页：<https://canvas.shufe.edu.cn/courses/8996>

参考资料

1. 参考书目

- [1] 《数值分析》，张平文等著，北京大学出版社，2007
- [2] 《数值分析》（第七版），R. L. Burden 等著，冯烟利等译，高等教育出版社，2005
- [3] 《第三种科学方法：计算机时代的科学计算》，石钟慈著，清华大学出版社，2000
- [4] 《数学与生活》，远启山著，人民邮电出版社，2014

2. 网络学习资源

- (1) <https://www.icourse163.org/course/NEU-1002089009?from=searchPage> (精品课程)
- (2) https://uk.mathworks.com/help/pdf_doc/matlab/getstart.pdf (MATLAB 入门)
- (3) <https://www.icourse163.org/course/CSU-1002475002?from=searchPage> 《科学计算与 MATLAB 语言》精品课程

3. 拓展性参考文献

- [1] 陈志明，科学计算：科技创新的第三种方法[J]，科学发展，2012(27): 161-166.
- [2] 袁亚湘，从瞎子爬山到最优化方法[J]，数学文化，2016, 7(2): 33-41.
- [3] 严敬等，可控进口叶片角的圆柱形叶片设计[J]，热能动力工程，2020(35): 23-29.
- [4] 刘仁杰等，基于曲线拟合的探地雷达层状介质参数反演算法[J]，信号处理，2021 online.
- [5] 李丽等，改进 Cholesky 分解算法的设计与 FPGA 实现[J]，电讯技术，2020(07): 845-849.
- [6] H. Ammari et. al, Optimal Shape Design by Partial Spectral Data, SIAM J. Scientific Computing 37(2015), B855-B883
- [7] Y. Chen et al., A Time Delay Dynamical Model for Outbreak of 2019-nCoV and the Parameter Identification, J. Inverse and Ill-posed Problems, 28 (2020), 243-250.

预备知识

《高等数学》、《线性代数》与《统计计算》

教学目的和策略

《数值逼近》是为我校计算数学本科生开设的一门必修的数学专业课，通过对课程的讲解，主要培养他们缜密的算法思想，清晰的算法逻辑，准确的算法实现，透彻的算法分析。本课程采用学生为主体，老师为引导的教学策略，通过实际生活和科学中的案例，激发学生的学习兴趣，结合多样化教学方法，多维度、多层次的讲授课程内容，通过编程实现算法，并分析算法的稳定性、收敛性和误差等，与此同时培养学生严谨治学、求真务实的科学精神。课程讲解中将结合科研发展动态，一方面丰富拓宽学生的知识面，另一方面提升学生解决实际问题的能力，激发科研兴趣 and 创新能力，并建立科研思维。此外，通过多层次的习题和广泛的学习资源帮助学生巩固和掌握所学知识，提升学生的数学和自学能力，培养创新精神和科研能力。同时，培养学生求真务实的科学精神、家国情怀、奉献精神、团队精神和自律守纪，并让学生领悟到新时代大学生的使命担当。

课前预习

建议同学们课前进行预习，课堂上老师将着重于如何解决问题。如果同学们事先阅读了相关章节，这将有助于同学们理解讲课的内容。

学习诚实

涉及学生的学术不诚实问题主要包括考试作弊；抄袭；伪造或不当使用在校学习成绩；未经老师允许获取、利用考试材料；对于学术不诚实的最低惩罚是考试给予 0 分。其他的惩罚包括通告学校相关部门并按照有关规定进行处理。

思政目标

思政 I 级目标	思政 II 级目标	对应课程内容
家国情怀	文化自信	中国数学有很多领先外国的成果，如：秦九韶算法、祖暅原理、割圆术等，让学生体会到数学文化的自信。
	理想信念	从国家重大需求的角度，介绍课程的作用和重要性，培养学生的专业自信，坚定学生以专业知识服务国家重大需求的理想和信念。
学科素养	严谨治学	通过误差分析和收敛性分析，培养学生严谨治学的态度。
	求真务实	通过对比不同的算法设计，培养学生求真务实的科学精神。
	探索创新	通过课程案例，讲解数值分析在实际中的重要应用，并通过课程大作业，培养学生的探索创新能力。
反思能力	专业基础学习反思能力	对所学知识进行反思，特别是对算法实践及其分析进行不断总结和反思。
	专业知识联系国家需求的反思能力	通过课程作业和案例，学会将专业知识与国家的重大需求联系，并助力解决卡脖子问题。

教学基本内容

绪论

第一节 数值逼近的含义、作用与特点

第二节 应用实例

第三节 数值逼近的任务

第四节 学习建议

本章教学基本要求：理解数值分析的含义、作用、特点、任务、学习建议与实际应用等。

知识点	思政元素	课程思政融入路径
数值分析与计算的定义，实际应用案例剖析	家国情怀，“四个面向”	通过“信息预测与研判”、“疫情防控”、“数据挖掘”、“优化设计”等多个实际案例，讲解数值计算与分析对国家命运前途和人民生活的影响，让学生体会和认识到课程的重要性，培养和提升学生的科研兴趣和创新能力，将国家重大需求和课程学习紧密联系起来，体会家国情怀的深刻内涵，领悟新时代大学生的使命担当。

第一章 数值计算的误差

第一节 误差的来源

第二节 数值计算的误差限估计

第三节 误差定性分析

第四节 避免误差危害的若干原则

第五节 算法设计引入

本章教学基本要求：掌握误差的来源与分类，掌握误差与有效数字的定义及其之间的关系，理解数值稳定性、病态问题与条件数的概念，掌握避免误差危害的若干原则，熟悉秦九韶算法、割圆术算法与定积分计算的矩形公式。

知识点	思政元素	课程思政融入路径
误差的定义与分析	严谨治学、求真务实	通过讲解误差的来源和误差的危害等，培养学生严谨治学的科学态度，和求真务实的科学精神。

算法设计	文化自信	通过讲解秦九韶算法,让学生感受中国数学家的智慧,体会民族自豪感。
------	------	----------------------------------

第二章 插值法

第一节 引言与多项式插值

第二节 基函数插值

第三节 Hermite 插值

第四节 分段低次插值

第五节 插值法在人工智能算法中的应用

本章教学基本要求:理解插值法的定义与实际应用,掌握拉格朗日(Lagrange)插值、牛顿(Newton)插值、分段线性插值,熟悉埃尔米特(Hermite)插值与三次样条插值,理解龙格现象并掌握其处理方法,掌握插值余项与误差分析,理解均差和差分,及其与导数间的关系,会用插值法求解飞机翼型设计问题(第二章案例1),了解山区地貌重构问题(第二章案例2)。

知识点	思政元素	课程思政融入路径
三次样条插值	家国情怀、爱国精神	通过“飞机翼型设计”案例,让学生提升了严谨治学和求真务实的科学精神,感悟了中国商飞“长期奋斗、长期攻关、长期吃苦、长期奉献”的工匠精神,体会了“让中国的大飞机翱翔蓝天”的科技中国梦,厚植了爱国主义情怀,弘扬了爱国主义精神。

第三章 函数逼近

第一节 引言与基本概念

第二节 正交多项式

第三节 最佳平方逼近与最佳一致逼近

第四节 曲线拟合

第五节 逼近思想在人工智能算法中的应用

本章教学基本要求:理解函数逼近的定义与实际应用,理解范数、赋范线性空间、内积、内积空间、最佳逼近等基本概念,理解正交多项式的概念与性质,掌握勒让德(Legendre)多项式与切比雪夫(Chebyshev)多项式及其性质,掌握切比雪夫多项式零点的用途,掌握最佳平方逼近多项式的求法,掌握最小二乘方法,理解最佳一致逼近方法。了解第二类切比雪夫多项式、拉盖尔

多项式与埃尔米特多项式。会用最小二乘拟合进行数据处理。

知识点	思政元素	课程思政融入路径
曲线拟合	“四个面向”	基于对经济金融等数据的分析,采用不同的数据拟合方法,研判其相关行业的后续发展状况,并提出相关的政策建议,助力“面向经济主战场”的国家重大需求。

第四章 数值积分与数值微分

第一节 引言与基本概念

第二节 Newton-Cotes 公式

第三节 复合求积公式

第四节 Romberg 求积公式

第五节 Gauss 求积公式与重积分

第六节 数值积分的统计方法

第七节 数值微分

本章教学基本要求:理解数值积分的定义、代数精度、插值型求积公式、余项、收敛性、稳定性等概念,掌握求积公式的稳定性判定定理,掌握插值型求积公式、Newton-Cotes 公式、复合求积公式、Romberg 算法与 Gauss 求积公式及其余项,理解多重积分的计算技巧,掌握插值型求导公式、差商求导公式及其余项。理解数值微分的外推思想和算法。会用数值积分求解 Heston 期权定价模型(第四章案例 2)。

知识点	思政元素	课程思政融入路径
数值微分	理想信念、家国情怀	通过“新冠疫情的模拟与预测”案例,结合自身的科研经历,讲解如何运用所学知识对疫情建模和计算,科学合理的预测疫情拐点、传染性、隔离率等信息,一方面缓解了民众的恐慌和不安,另一方面为政府建言献策,助力解决了国家重大需求。

第五章 线性方程组的解法

- 第一节 引言与 Gauss 消去法
- 第二节 矩阵分解法
- 第三节 向量、矩阵范数与误差分析
- 第四节 迭代法
- 第五节 SVD 分解及其应用

本章教学基本要求：理解矩阵特征值与谱半径的概念，掌握 Gauss 消去法、选主元消去法，掌握矩阵的 LU 分解、PLU 分解、LDLT 分解、Cholesky 分解，掌握平方根法，理解追赶法，掌握向量与矩阵的范数，掌握矩阵的条件数计算，掌握 Jacobi 迭代法、Gauss-Seidel 迭代法、SOR 迭代法，了解迭代法的收敛性分析。会分别用分解法和迭代法求解平板稳态热传导温度分布（第五章案例 1）。

知识点	思政元素	课程思政融入路径
迭代法	探索创新	基于超松弛迭代法非常依赖松弛因子的选取，鼓励学生探寻松弛因子的快速算法。

第六章 非线性方程（组）数值解法

- 第一节 引言与二分法
- 第二节 不动点迭代
- 第三节 Newton 法及其衍生方法
- 第四节 非线性方程组解法

本章教学基本要求：掌握二分法、不动点迭代法、Newton 法，掌握收敛性分析与收敛阶计算，会 Aitken 加速和 Steffenson 加速，熟悉重根情形下的改进 Newton 法，会弦截法和抛物线法，了解弦截法和抛物线法的收敛性，理解求根问题的敏感性分析，了解求解非线性方程组的 Newton 法。会用 Newton 法计算 Newton 分形（第六章案例 1）。

知识点	思政元素	课程思政融入路径
牛顿法	探索创新	基于牛顿法非常依赖初值选取,鼓励学生探索初值选取的快速算法。通过“牛顿分形”案例,鼓励学生探索牛顿法的新应用等。

教学内容安排

周次	月/日	讲课内容	对应章节
1		绪论 误差的来源与误差限	绪论 第一章 数值逼近、算法性态与误差
		误差定性分析	
		避免误差危害的若干原则	
2		算法设计引入	第二章 函数插值
		引言与基函数插值法	
		基函数插值 (Lagrange 插值)	
3		基函数插值 (Newton 插值)	
		Hermite 插值, 龙格现象	
		分段低次插值 (分段线性插值, 三次样条插值)	
4		插值法在人工智能算法中的应用	
		第一、二章 习题课	
		上机实践	
5		引言与基本概念	第三章 函数逼近
		正交多项式	
		最佳平方逼近	
6		最佳一致逼近	
		曲线拟合	
		逼近思想在人工智能算法中的应用	
7		第三章 习题课	第四章 数值微积分
		上机实践	
		引言与基本概念	
8		Newton-Cotes 公式	
		复合求积公式	
		Romberg 算法	
9		Gauss 求积公式	
		重积分	

周次	月/日	讲课内容	对应章节
		数值积分的统计方法	
10		数值微分	
		第四章 习题课	
		上机实践	
11		引言与 Gauss 消去法	第五章 线性方程组的解法
		LU 分解法	
		Cholesky 分解法	
12		追赶法	
		向量、矩阵范数、误差分析	
		Jacobi 迭代法	
13		Gauss 迭代法	
		超松弛迭代	
		SVD 分解及其应用	
14		第五章 习题课 上机实践	
		引言与二分法	第六章 非线性方程（组）的解法
		不动点迭代法	
15		迭代法的收敛阶	
		迭代加速方法	
		Newton 法及其衍生方法	
16		优化问题及其求解方法	
		非线性方程组解法	
		第六章 习题课 上机实践	