

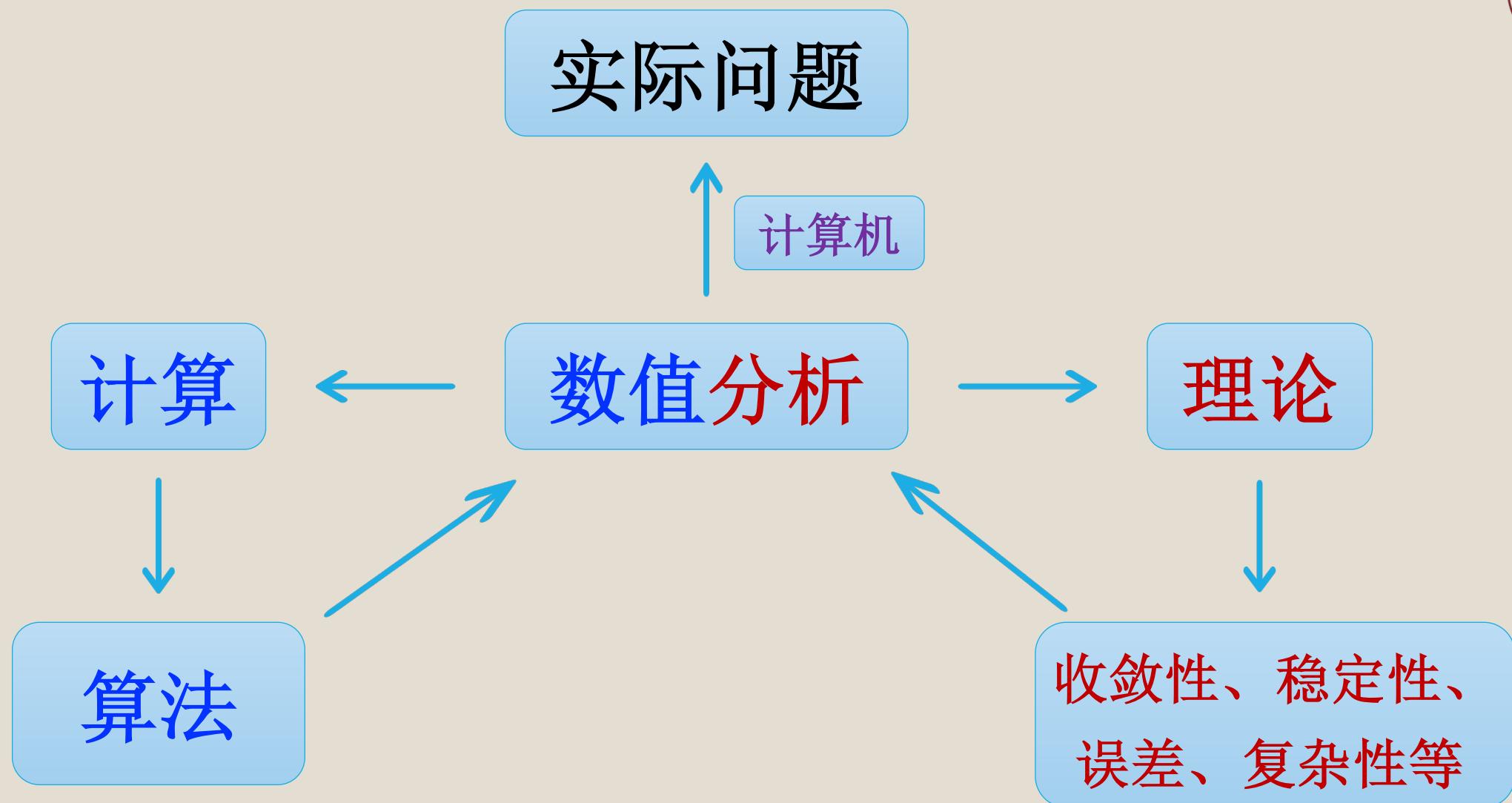


数值分析

NUMERICAL ANALYSIS

刘可伋

上海财经大学 数学学院





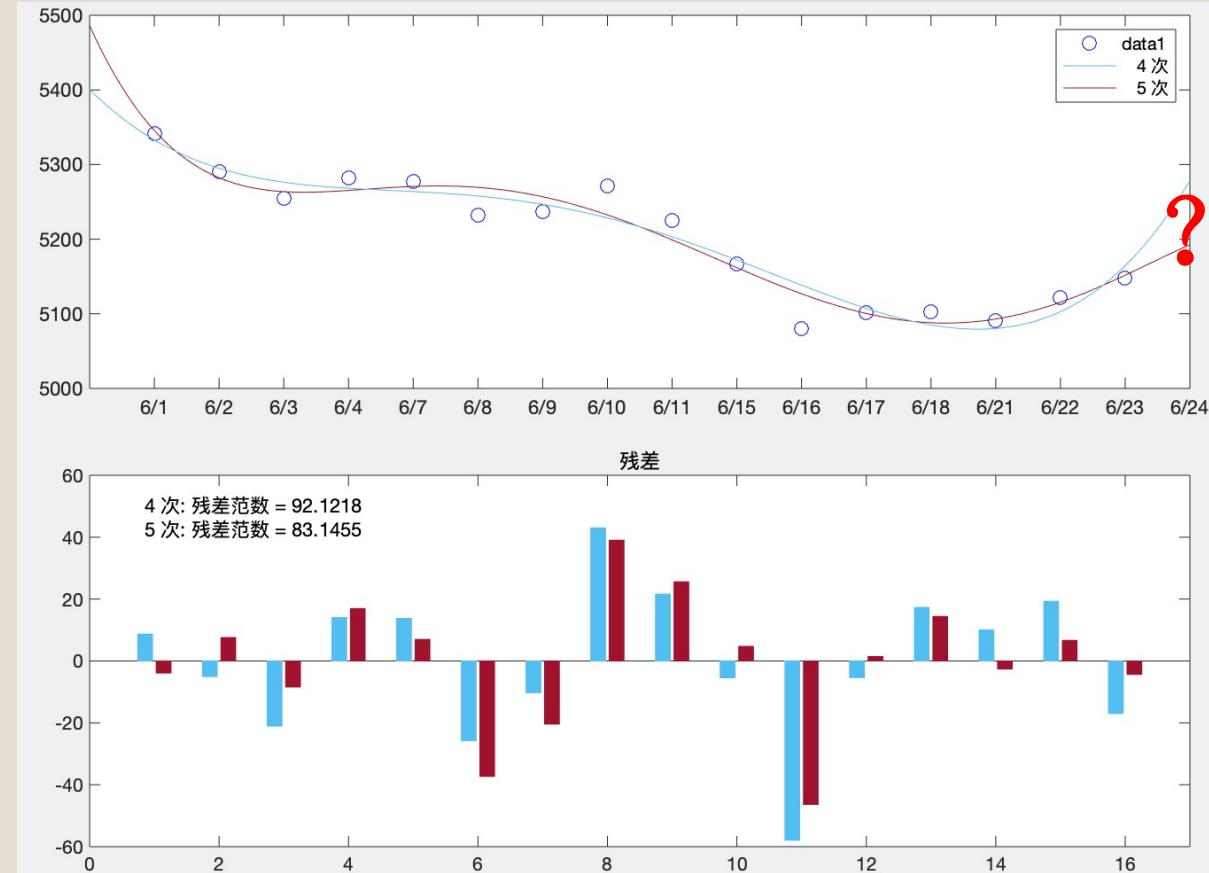
数值分析: 数学与计算机的有机结合，借助计算机高速计算的能力，解决现代科学、工程、经济金融、人文社科等学科中的复杂问题。

科学计算是20世纪重要科学技术进步之一，已与理论研究和实验研究相并列成为科学的研究的第三种方法。现今科学计算已是体现国家科学技术核心竞争力的重要标志，是国家科学技术创新发展的关键要素。

—— 国家自然科学基金委员会，2014年重大研究计划项目指南

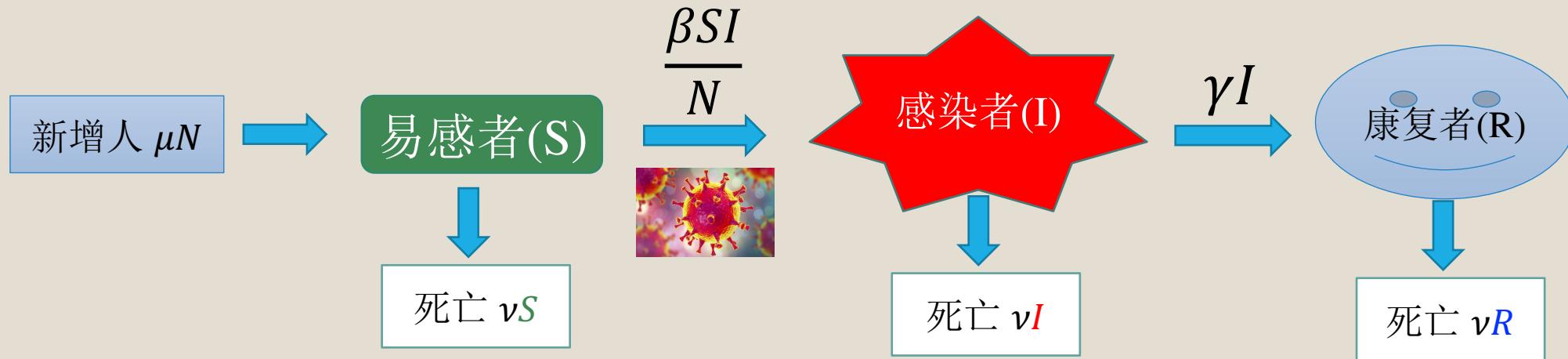
应用一：走势预测

| 日期 | 沪深300收盘价 |
|------------|-----------|
| 2021-06-01 | 5341.6798 |
| 2021-06-02 | 5289.9736 |
| 2021-06-03 | 5255.2855 |
| 2021-06-04 | 5282.2772 |
| 2021-06-07 | 5277.6271 |
| 2021-06-08 | 5232.1165 |
| 2021-06-09 | 5236.4493 |
| 2021-06-10 | 5271.4661 |
| 2021-06-11 | 5224.7030 |
| 2021-06-15 | 5166.5597 |
| 2021-06-16 | 5080.4909 |
| 2021-06-17 | 5101.8924 |
| 2021-06-18 | 5102.4657 |
| 2021-06-21 | 5090.3854 |
| 2021-06-22 | 5122.1583 |
| 2021-06-23 | 5147.3938 |



插值与曲线拟合——教材第二、三章

应用二：疫情防控



SIR模型

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = \mu N - \frac{\beta SI}{N} - \nu S, \\ \frac{dI}{dt} = \frac{\beta SI}{N} - \gamma I - \nu I, \\ \frac{dR}{dt} = \gamma I - \nu R. \end{cases}$$



不同时刻的 S, I, R

数值微分与数值积分——教材第四章

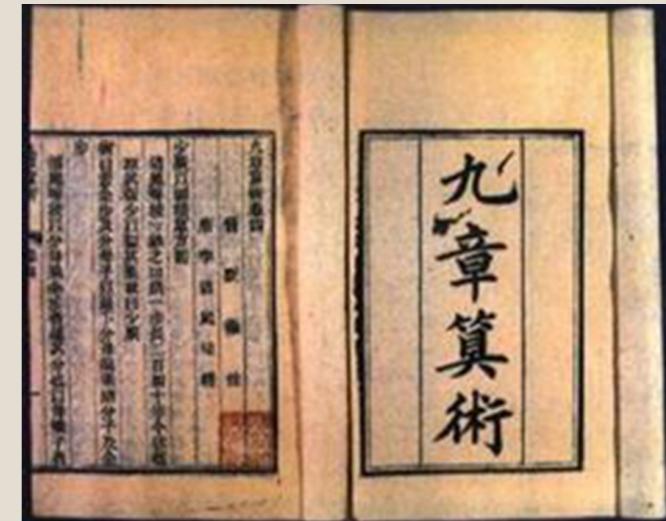
应用三：未知信息提取

东汉（25年—220年）

今有

上禾三秉，中禾二秉，下禾一秉，實三十九斗；
上禾二秉，中禾三秉，下禾一秉，實三十四斗；
上禾一秉，中禾二秉，下禾三秉，實二十六斗。

問上、中、下禾實一秉各幾何？



$$\begin{cases} 3x + 2y + z = 39 \\ 2x + 3y + z = 34 \\ x + 2y + 3z = 26 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \vdots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \cdots + a_{nn}x_n = b_n \end{cases} ?$$

线性方程组的数值求解方法——教材第五章



应用四：根号数近似

工程计算中遇到的根号数： $\sqrt{5}$, $\sqrt[3]{7}$, $\sqrt[5]{8}$, 如何求其近似值?

→ 求方程根： $x^2 - 5 = 0$, $y^3 - 7 = 0$, $z^5 - 8 = 0$

→ 二分法 ← 简便，但收敛慢

→ 更好方法？

非线性方程（组）数值求解——教材第六章



数值分析的任务

1、设计求解实际问题的**高效可靠**的数值方法！

高效：节省计算时间和**存储空间**

时间复杂度

空间复杂度

可靠：算法要有收敛性和**稳定性**保障，而且要有**误差分析**

2、编程实现，数值实验

注记：不同算法解决同一问题，计算性能可能相差很
多！



例 求解一个 n 阶线性方程组,

(1) 克莱姆法则: 需要计算 $n + 1$ 个 n 阶行列式, 在不计加减运算情况下, 需要 $n! (n^2 - 1)$ 次乘除运算.

(2) 高斯消去法: 只需约 $2n^3/3$ 次乘除运算.

若 $n = 20$ 时, $20! (20^2 - 1) \approx 9.7 \times 10^{20}$, $2n^3/3 \approx 5.3 \times 10^3$.

采用每秒运算30亿次（主频3.0GHz）的计算机

克莱姆法则: 约需**10000年!**

高斯消去法: 约需**不到一秒!**



数值分析的基础

1、数学分析

2、高等代数

3、编程软件

① Matlab: 易矩阵计算、易可视化、众多工具箱和函数可调用；付费，较慢

② Python: 易可视化；可调用工具箱和数学函数较少，较慢

③ C/C++: 快速；可调用工具箱和数学函数较少



课程基本信息

1、教材：《数值分析》李庆扬等，2008

2、答疑：周二下午 2:00-4:00，红瓦楼902

3、课程主页：

4、参考资料、作业、教学大纲等：见课程主页

5、考核方式：

平时 20% (考勤、作业) + 期末 80% (试卷 50%、上机算法测验 30%)





课程学习建议

- 1、掌握数值方法的基本思想和原理
- 2、掌握常用的数值算法及技巧
- 3、掌握收敛性、稳定性、误差的分析方法
- 4、会编程实现算法，会解决一些实际问题

纸上得来终觉浅，绝知此事要躬行！