

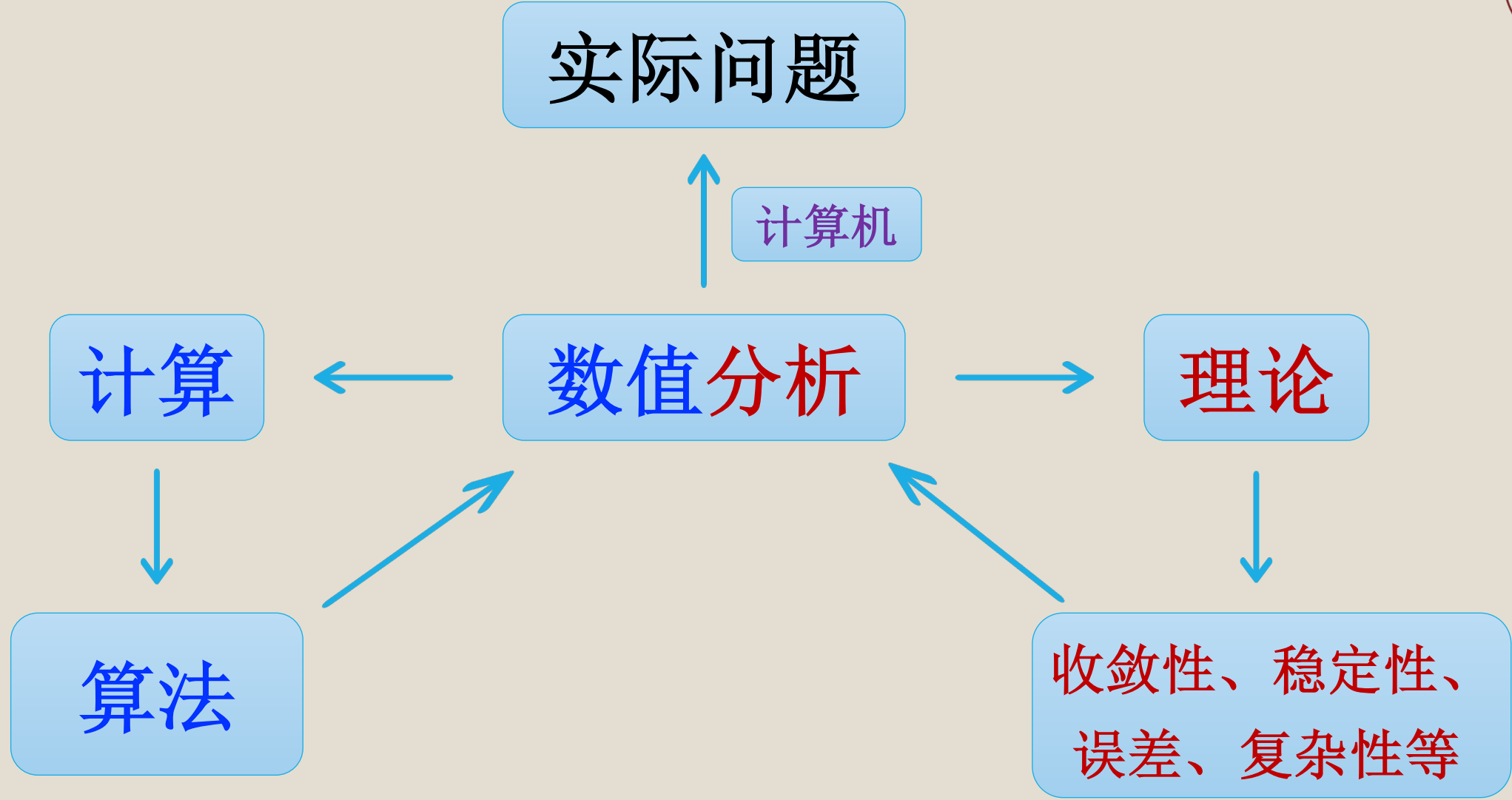


数值分析

NUMERICAL ANALYSIS

刘可伋

上海财经大学 数学学院



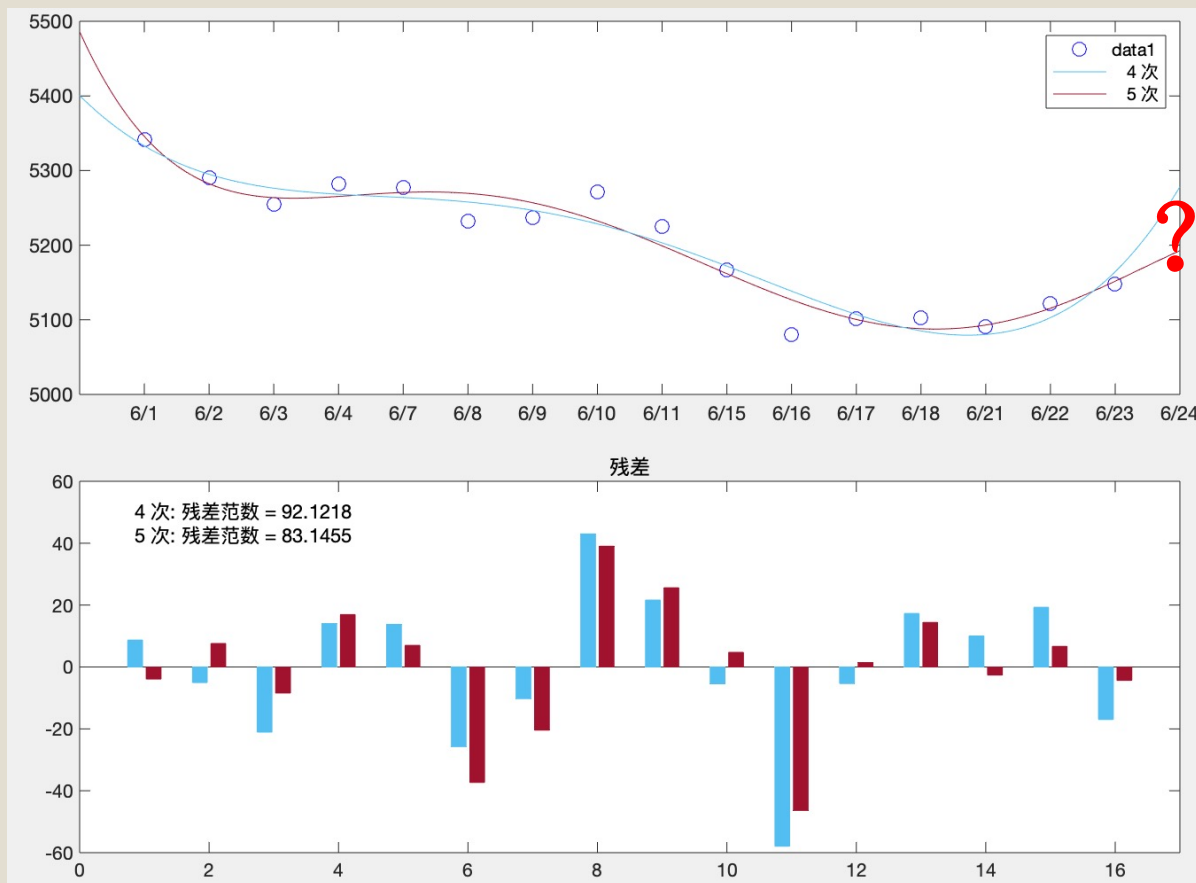
数值分析：数学与计算机的有机结合，借助计算机高速计算的能力，解决现代科学、工程、经济金融、人文社科等学科中的复杂问题。

科学计算是20世纪重要科学技术进步之一，已与**理论研究**和**实验研究**相并列成为**科学研究的第三种方法**。现今**科学计算**已是体现国家科学技术核心竞争力的重要标志，是国家科学技术创新发展的关键要素。

—— 国家自然科学基金委员会，2014年重大研究计划项目指南

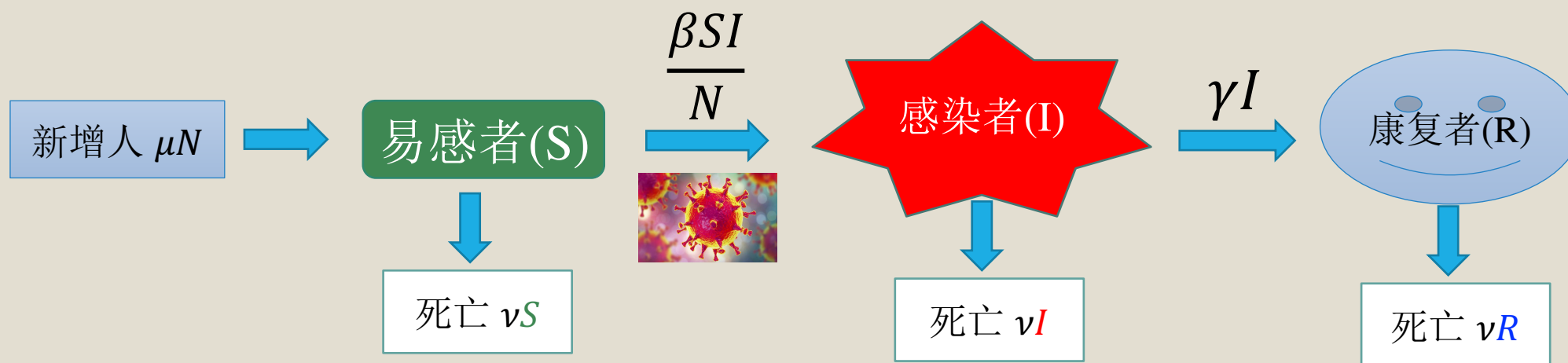
应用一： 走势预测

日期	沪深300收盘价
2021-06-01	5341.6798
2021-06-02	5289.9736
2021-06-03	5255.2855
2021-06-04	5282.2772
2021-06-07	5277.6271
2021-06-08	5232.1165
2021-06-09	5236.4493
2021-06-10	5271.4661
2021-06-11	5224.7030
2021-06-15	5166.5597
2021-06-16	5080.4909
2021-06-17	5101.8924
2021-06-18	5102.4657
2021-06-21	5090.3854
2021-06-22	5122.1583
2021-06-23	5147.3938



插值与曲线拟合——教材第二、三章

应用二：疫情防控



SIR模型

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = \mu N - \frac{\beta SI}{N} - \nu S, \\ \frac{dI}{dt} = \frac{\beta SI}{N} - \gamma I - \nu I, \\ \frac{dR}{dt} = \gamma I - \nu R. \end{cases}$$

不同时刻的 **S, I, R**

数值微分与数值积分——教材第四章

应用三：未知信息提取

东汉（25年—220年）

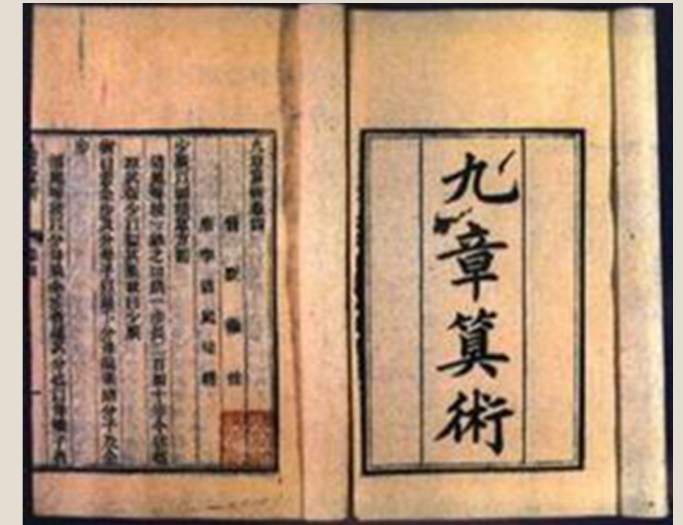
今有

上禾三秉，中禾二秉，下禾一秉，實三十九斗；

上禾二秉，中禾三秉，下禾一秉，實三十四斗；

上禾一秉，中禾二秉，下禾三秉，實二十六斗。

問上、中、下禾實一秉各幾何？



$$\begin{cases} 3x + 2y + z = 39 \\ 2x + 3y + z = 34 \\ x + 2y + 3z = 26 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \vdots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \cdots + a_{nn}x_n = b_n \end{cases} \quad ?$$

线性方程组的数值求解方法——教材第五章

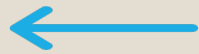
应用四：根号数近似

工程计算中遇到的根号数： $\sqrt{5}$ ， $\sqrt[3]{7}$ ， $\sqrt[5]{8}$ ，如何求其近似值？

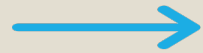
→ 求方程根： $x^2 - 5 = 0$ ， $y^3 - 7 = 0$ ， $z^5 - 8 = 0$



二分法



简便，但收敛慢



更好方法？

非线性方程（组）数值求解——教材第六章

数值分析的任务

1、设计求解实际问题的**高效可靠**的数值方法！

高效：节省计算时间和存储空间

时间复杂度

空间复杂度

可靠：算法要有**收敛性**和**稳定性**保障，而且要有**误差分析**

2、编程实现，数值实验

注记：不同算法解决同一问题，计算性能可能相差很多！

例 求解一个 n 阶线性方程组，

(1) **克莱姆法则**：需要计算 $n + 1$ 个 n 阶行列式，在不计加减运算情况下，需要 $n! (n^2 - 1)$ 次乘除运算。

(2) **高斯消去法**：只需约 $2n^3/3$ 次乘除运算。

若 $n = 20$ 时， $20! (20^2 - 1) \approx 9.7 \times 10^{20}$ ， $2n^3/3 \approx 5.3 \times 10^3$ 。

采用每秒运算30亿次（主频3.0GHz）的计算机

克莱姆法则：约需**10000年**！

高斯消去法：约需**不到一秒**！

数值分析的基础

1、数学分析

2、高等代数

3、编程软件

① Matlab: 易矩阵计算、易可视化、众多工具箱和函数可调用; 付费, 较慢

② Python: 易可视化; 可调用工具箱和数学函数较少, 较慢

③ C/C++: 快速; 可调用工具箱和数学函数较少

课程基本信息

- 1、教材：《数值分析》李庆扬等，2008
- 2、答疑：周二 下午 2:00-4:00，红瓦楼902
- 3、课程主页：
- 4、参考资料、作业、教学大纲等：见课程主页
- 5、考核方式：



平时 20%（考勤、作业）+ 期末80%（试卷50%、上机算法测验30%）

课程学习建议

- 1、掌握数值方法的基本思想和原理
- 2、掌握常用的数值算法及技巧
- 3、掌握收敛性、稳定性、误差的分析方法
- 4、会编程实现算法，会解决一些实际问题

纸上得来终觉浅，绝知此事要躬行！