

《数值分析》教学大纲

学 时：48 学 分：3 学分

讲课学时：48 考核方式：上机测验与闭卷考试

授课对象：数学与应用数学、信息与计算科学、数学+经济双学位等专业（三年级本科生）

教 材：《数值分析》（第五版），李庆扬、王能超、易大义编，清华大学出版社，2008

课程网页：<https://canvas.shufe.edu.cn/courses/8996>

参考资料

1. 参考书目

- [1] 《数值分析》，张平文等著，北京大学出版社，2007
- [2] 《数值分析》（第七版），R. L. Burden 等著，冯烟利等译，高等教育出版社，2005
- [3] 《第三种科学方法：计算机时代的科学计算》，石钟慈著，清华大学出版社，2000
- [4] 《数学与生活》，远启山著，人民邮电出版社，2014

2. 网络学习资源

- (1) <https://www.icourse163.org/course/NEU-1002089009?from=searchPage> (精品课程)
- (2) https://uk.mathworks.com/help/pdf_doc/matlab/getstart.pdf (MATLAB 入门)
- (3) <https://www.icourse163.org/course/CSU-1002475002?from=searchPage> 《科学计算与 MATLAB 语言》精品课程

3. 拓展性参考文献

- [1] 陈志明，科学计算：科技创新的第三种方法[J]，科学发展，2012(27): 161-166.
- [2] 袁亚湘，从瞎子爬山到最优化方法[J]，数学文化，2016, 7(2): 33-41.
- [3] 严敬等，可控进口叶片角的圆柱形叶片设计[J]，热能动力工程，2020(35): 23-29.
- [4] 刘仁杰等，基于曲线拟合的探地雷达层状介质参数反演算法[J]，信号处理，2021 online.
- [5] 李丽等，改进 Cholesky 分解算法的设计与 FPGA 实现[J]，电讯技术，2020(07): 845-849.
- [6] H. Ammari et. al, Optimal Shape Design by Partial Spectral Data, SIAM J. Scientific Computing 37(2015), B855-B883
- [7] Y. Chen et al., A Time Delay Dynamical Model for Outbreak of 2019-nCoV and the Parameter Identification, J. Inverse and Ill-posed Problems, 28 (2020), 243-250.

预备知识

《高等数学》与《线性代数》

教学目的和策略

《数值分析》是为我校理工科专业（数学学院、经济学院、公共管理学院等）本科生开设的一门必修课（工科专业选修）的数学专业课，通过对课程的讲解，主要培养他们缜密的算法思想，清晰的算法逻辑，准确的算法实现，透彻的算法分析。本课程采用学生为主体，老师为引导的教学策略，通过实际生活和科学中的案例，激发学生的学习兴趣，结合多样化教学方法，多维度、多层次的讲授课程内容，通过编程实现算法，并分析算法的稳定性、收敛性和误差等，与此同时培养学生严谨治学、求真务实的科学精神。课程讲解中将结合科研发展动态，一方面丰富拓宽学生的知识面，另一方面提升学生解决实际问题的能力，激发科研兴趣和创新能力，并建立科研思维。此外，通过多层次的习题和广泛的学习资源帮助学生巩固和掌握所学知识，提升学生的数学和自学能力，培养创新精神和科研能力。同时，培养学生求真务实的科学精神、家国情怀、贡献精神、团队精神和自律守纪，并让学生领悟到新时代大学生的使命担当。

课前预习

建议同学们课前进行预习，课堂上老师将着重于如何解决问题。如果同学们事先阅读了相关章节，这将有助于同学们理解讲课的内容。

学习诚实

涉及学生的学术不诚实问题主要包括考试作弊；抄袭；伪造或不当使用在校学习成绩；未经老师允许获取、利用考试材料；对于学术不诚实的最低惩罚是考试给予 0 分。其他的惩罚包括通告学校相关部门并按照有关规定进行处理。

思政目标

思政Ⅰ级目标	思政Ⅱ级目标	对应课程内容
家国情怀	文化自信	中国数学有很多领先外国的成果，如：秦九韶算法、祖暅原理、割圆术等，让学生体会到数学文化的自信。
	理想信念	从国家重大需求的角度，介绍课程的作用和重要性，培养学生的专业自信，坚定学生以专业知识服务国家重大需求的理想和信念。
学科素养	严谨治学	通过误差分析和收敛性分析，培养学生严谨治学的态度。
	求真务实	通过对比不同的算法设计，培养学生求真务实的科学精神。
	探索创新	通过课程案例，讲解数值分析在实际中的重要应用，并通过课程大作业，培养学生的探索创新能力。
反思能力	专业基础学习反思能力	对所学知识进行反思，特别是对算法实践及其分析进行不断总结和反思。
	专业知识联系国家需求的反思能力	通过课程作业和案例，学会将专业知识与国家的重大需求联系，并助力解决卡脖子问题。

教学基本内容

绪论

第一节 数值分析的含义、作用与特点

第二节 应用实例

第三节 数值分析的任务

第四节 学习建议

本章教学基本要求：理解数值分析的含义、作用、特点、任务、学习建议与实际应用等。

知识点	思政元素	课程思政融入路径
数值分析与计算的定义，实际应用案例剖析	家国情怀，“四个面向”	通过“信息预测与研判”、“疫情防控”、“数据挖掘”、“优化设计”等多个实际案例，讲解数值计算与分析对国家命运前途和人民生活的影响，让学生体会和认识到课程的重要性，培养和提升学生的科研兴趣和创新能力，将国家重大需求和课程学习紧密联系起来，体会家国情怀的深刻内涵，领悟新时代大学生的使命担当。

第一章 数值计算的误差

第一节 误差的来源

第二节 数值计算的误差限估计

第三节 误差定性分析

第四节 避免误差危害的若干原则

第五节 算法设计引入

本章教学基本要求：掌握误差的来源与分类，掌握误差与有效数字的定义及其之间的关系，理解数值稳定性、病态问题与条件数的概念，掌握避免误差危害的若干原则，熟悉秦九韶算法、割圆术算法与定积分计算的矩形公式。

知识点	思政元素	课程思政融入路径
误差的定义与分析	严谨治学、求真务实	通过讲解误差的来源和误差的危害等，培养学生严谨治学的科学态度，和求真务实的科学精神。

算法设计	文化自信	通过讲解秦九韶算法,让学生感受中国数学家的智慧,体会民族自豪感。
------	------	----------------------------------

第二章 插值法

第一节 引言与多项式插值

第二节 基函数插值

第三节 Hermite 插值

第四节 分段低次插值

本章教学基本要求:理解插值法的定义与实际应用,掌握拉格朗日(Lagrange)插值、牛顿(Newton)插值、分段线性插值,熟悉埃尔米特(Hermite)插值与三次样条插值,理解龙格现象并掌握其处理方法,掌握插值余项与误差分析,理解均差和差分,及其与导数间的关系,会用插值法求解飞机翼型设计问题(第二章案例1),了解山区地貌重构问题(第二章案例2)。

知识点	思政元素	课程思政融入路径
三次样条插值	家国情怀、爱国精神	通过“飞机翼型设计”案例,让学生提升了严谨治学和求真务实的科学精神,感悟了中国商飞“长期奋斗、长期攻关、长期吃苦、长期奉献”的工匠精神,体会了“让中国的大飞机翱翔蓝天”的科技中国梦,厚植了爱国主义情怀,弘扬了爱国主义精神。

第三章 函数逼近

第一节 引言与基本概念

第二节 正交多项式

第三节 最佳平方逼近与最佳一致逼近

第四节 曲线拟合

本章教学基本要求:理解函数逼近的定义与实际应用,理解范数、赋范线性空间、内积、内积空间、最佳逼近等基本概念,理解正交多项式的概念与性质,掌握勒让德(Legendre)多项式与切比雪夫(Chebyshev)多项式及其性质,掌握切比雪夫多项式零点的用途,掌握最佳平方逼近多项式的求法,掌握最小二乘方法,理解最佳一致逼近方法。了解第二类切比雪夫多项式、拉盖尔多项式与埃尔米特多项式。会用最小二乘拟合进行数据处理。

知识点	思政元素	课程思政融入路径
曲线拟合	“四个面向”	基于对经济金融等数据的分析,采用不同的数据拟合方法,研判其相关行业的后续发展状况,并提出相关的政策建议,助力“面向经济主战场”的国家重大需求。

第四章 数值积分与数值微分

第一节 引言与基本概念

第二节 Newton-Cotes 公式

第三节 复合求积公式

第四节 Romberg 求积公式

第五节 Gauss 求积公式与重积分

第六节 数值微分

本章教学基本要求:理解数值积分的定义、代数精度、插值型求积公式、余项、收敛性、稳定性等概念,掌握求积公式的稳定性判定定理,掌握插值型求积公式、Newton-Cotes 公式、复合求积公式、Romberg 算法与 Gauss 求积公式及其余项,理解多重积分的计算技巧,掌握插值型求导公式、差商求导公式及其余项。理解数值微分的外推思想和算法。会用数值积分求解 Heston 期权定价模型(第四章案例 2)。

知识点	思政元素	课程思政融入路径
数值微分	理想信念、家国情怀	通过“新冠疫情的模拟与预测”案例,结合自身的科研经历,讲解如何运用所学知识对疫情建模和计算,科学合理的预测疫情拐点、传染性、隔离率等信息,一方面缓解了民众的恐慌和不安,另一方面为政府建言献策,助力解决了国家重大需求。

第五章 线性方程组的解法

第一节 引言与 Gauss 消去法

第二节 矩阵分解法

第三节 向量、矩阵范数与误差分析

第四节 迭代法

本章教学基本要求：理解矩阵特征值与谱半径的概念，掌握 Gauss 消去法、选主元消去法，掌握矩阵的 LU 分解、PLU 分解、LDLT 分解、Cholesky 分解，掌握平方根法，理解追赶法，掌握向量与矩阵的范数，掌握矩阵的条件数计算，掌握 Jacobi 迭代法、Gauss-Seidel 迭代法、SOR 迭代法，了解迭代法的收敛性分析。会分别用分解法和迭代法求解平板稳态热传导温度分布（第五章案例 1）。

知识点	思政元素	课程思政融入路径
迭代法	探索创新	基于超松弛迭代法非常依赖松弛因子的选取，鼓励学生探寻松弛因子的快速算法。

第六章 非线性方程（组）数值解法

第一节 引言与二分法

第二节 不动点迭代

第三节 Newton 法及其衍生方法

第四节 非线性方程组解法

本章教学基本要求：掌握二分法、不动点迭代法、Newton 法，掌握收敛性分析与收敛阶计算，会 Aitken 加速和 Steffenson 加速，熟悉重根情形下的改进 Newton 法，会弦截法和抛物线法，了解弦截法和抛物线法的收敛性，理解求根问题的敏感性分析，了解求解非线性方程组的 Newton 法。会用 Newton 法计算 Newton 分形（第六章案例 1）。

知识点	思政元素	课程思政融入路径
牛顿法	探索创新	基于牛顿法非常依赖初值选取，鼓励学生探索初值选取的快速算法。通过“牛顿分形”案例，鼓励学生探索牛顿法的新应用等。

教学内容安排

周次	月/日	讲课内容	对应章节
1		绪论 误差的来源与误差线估计	绪论 第一章 数值计算的误差
		误差定性分析 避免误差危害的若干原则 算法设计引入	
2		引言与基函数插值法	第二章 插值法
		基函数插值 (Lagrange 插值)	
3		基函数插值 (Newton 插值)	
		Hermite 插值 龙格现象 分段低次插值 (分段线性插值)	
4		分段低次插值 (三次样条插值)	
		第一、二章 习题课 上机实践	
5		引言与基本概念	第三章 函数逼近
		正交多项式	
6		最佳平方逼近与最佳一致逼近	
		曲线拟合 第三章 习题课 上机实践	
7		引言与基本概念 Newton-Cotes 公式	第四章 数值积分与数值微分
		复合求积公式 Romberg 算法	
8		Gauss 求积公式 重积分 数值微分	
		第四章 习题课 上机实践	
9		引言与 Gauss 消去法	第五章 线性方程组的解法
		矩阵分解法	
10		向量、矩阵范数、误差分析 迭代法	
		第五章 习题课 上机实践	
11		引言与二分法	第六章 非线性方程 (组) 数值解法
		不动点迭代法 迭代加速方法	
12		Newton 法及其衍生方法 非线性方程组 解法	
		第六章 习题课 上机实践	